

Ulrich Wegmann

**DIE ZEITLICHE STABILITÄT
ÖKONOMETRISCHER SCHÄTZUNGEN**

**Ein Beitrag zur theoretischen Analyse
der Stabilitätsannahme
und zu den Möglichkeiten
ihrer empirischen Überprüfung**

1977

1978



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41555026_0012

DIE ZEITLICHE STABILITÄT
ÖKONOMETRISCHER SCHÄTZUNGEN

Ein Beitrag zur theoretischen Analyse
der Stabilitätsannahme
und zu den Möglichkeiten
ihrer empirischen Überprüfung



I n a u g u r a l - D i s s e r t a t i o n
zur Erlangung des akademischen Grades eines
Doktors der Wirtschaftswissenschaft
durch den
Fachbereich Wirtschafts- und Sozialwissenschaften
der Westfälischen Wilhelms-Universität zu Münster

vorgelegt von
Ulrich Wegmann
aus Essen

1978



Erster Berichterstatter:	Prof. Dr. H. Gülicher
Zweiter Berichterstatter:	Prof. Dr. J. Bley Müller
Dekan:	Prof. Dr. E. Boettcher
Tag der mündlichen Prüfung:	23. November 1977

Inhaltsverzeichnis

	Seite
Verzeichnis der Tabellen	VI
Verzeichnis der Abbildungen	VIII
1 Problemstellung und Aufbau der Arbeit	1
2 Der Begriff der Strukturstabilität bei ökonometrischen Untersuchungen	7
2.1 Beispiele für die Behandlung des Stabilitätsproblems in empirischen Arbeiten	7
2.2 Begriffliche Abgrenzung	14
2.2.1 Spezifikation und Modell	14
2.2.2 Struktur und Stabilität	17
2.3 Beziehungen zwischen Spezifikation, Identifikation und Stabilität	23
2.4 Beziehungen zwischen Autonomie und Stabilität	25
2.5 Zusammenfassung	28
3 Mögliche Ursachen fehlender Strukturkonstanz	31
3.1 Vorbemerkungen	31
3.2 Stabile Gesetzmäßigkeiten oder generelle Instabilität	33
3.2.1 Die allgemeine Problematik der Stabilitätsannahme bei ökonomischen Zusammenhängen	33
3.2.2 Veränderung der ökonomischen Rahmenbedingungen	37

	Seite
3.3 Verwendung eines nicht adäquaten Modells	39
3.3.1 Zur Problematik der Formulierung ökonometrischer Modelle	39
3.3.2 Auswirkung von Fehlern bei der Bestimmung der Funktionalform der unabhängigen Variablen	43
3.3.3 Auswirkung von Fehlern bezüglich der aufgenommenen und nicht aufge- nommenen erklärenden Variablen	48
3.4 Auswirkung der Verwendung aggregierter Daten	54
3.5 Zusammenfassung und kritische Betrachtung der Ergebnisse	68
 4 Verfahren zur Überprüfung der Annahme zeitlicher Stabilität der Schätzung	 75
4.1 Vorbemerkungen	75
4.1.1 KQ-Residuen und einige Alternativen	75
4.1.2 Divisive und kumulative Verfahren	81
4.1.3 Überblick	83
4.2 Divisive Verfahren	87
4.2.1 Chow-Test	87
4.2.2 Likelihood-Ratio Test	93
4.2.3 Ex-post Prognosen	99
4.3 Kumulative Verfahren	103
4.3.1 Rekursive Residuen	103
4.3.2 Test über die kumulierte Summe der rekursiven Residuen (CUSUM-Test)	108
4.3.3 Test über die kumulierte Summe der quadrierten rekursiven Residuen (CUSUM-of-SQUARES Test)	114
4.3.4 Vorwärts- und Rückwärtstest	118

	Seite
4.4 Sonstige Verfahren	120
4.4.1 Vorbemerkungen	120
4.4.2 Gleitende Regression	121
4.4.3 Test von FARLEY und HINICH	122
4.4.4 Durbin-Watson Test	124
4.5 Vergleich ausgewählter Verfahren	126
4.5.1 Vorbemerkungen	127
4.5.2 Erkennen der Abweichung von der Nullhypothese	130
4.5.3 Erkennen der Position der Para- meteränderung	144
4.6 Zusammenfassung und Beurteilung: Be- deutung der Ergebnisse für empirische Arbeiten	146
5 Anwendung der ausgewählten Testverfahren auf ein empirisches Beispiel	155
5.1 Problemstellung: Konjunkturelle Schwankungen der Nachfrage nach Arbeits- kräften in der verarbeitenden Industrie	155
5.2 Stabilität als zusätzliches Kriterium bei der Spezifikation	158
5.3 Beurteilung der Ergebnisse	178
6 Schlußbemerkungen	181
Anhang A	185
Anhang B	199
Literaturverzeichnis	205

Verzeichnis der Tabellen

		Seite
Tab. 1:	Kritische Werte für den Cusum-of-Squares Test	117
Tab. 2:	Aus 300 Stichproben geschätzte Signifikanzpunkte für $-\log_{10} \lambda$ bei einem Stichprobenumfang von $T=60$ und 3 unabhängigen Variablen	128
Tab. 3:	Güte ausgewählter Testverfahren bei vorgegebenen Werten für R und t^*	132 u. 133
Tab. 4:	Rangordnung ausgewählter Testverfahren bezüglich der Güte bei vorgegebenen Werten von t^*	134 u. 135
Tab. 5:	Anteil der signifikanten Ergebnisse für ausgewählte Testverfahren bei $R=0,03$ und Variation von t^*	142
Tab. 6:	Median und 10% - bzw. 90% - Quantile für die bedingten Verteilungen von $\hat{t}^*$	145
Tab. 7:	Koeffizientenschätzwerte und Gütemaße für die Grundmodelle; Stützbereich 1961I-1974IV	160
Tab. 8:	Ausgewählte Signifikanzpunkte ($\alpha=0,05$) für den Test auf Autokorrelation 4. Ordnung bei Verwendung von Saison-Dummyvariablen	161
Tab. 9:	Numerische Werte der Stabilitätstestgrößen für die Grundmodelle; Stützbereich 1961I-1974IV	162

	Seite
Tab. 10: Prognose-Ist Vergleich und RMSE für die Schätzungen für VI	167
Tab. 11: Prognose-Ist Vergleich und RMSE für die Schätzungen für GRP	170
Tab. 12: Prognose-Ist Vergleich und RMSE für die Schätzungen für INV	175

Verzeichnis der Abbildungen

	Seite
Abb. 1: Schematische Darstellung divisiver und kumulativer Testverfahren	82
Abb. 2: Kumulierte Summe normalverteilter Zufallszahlen bei einmaliger Änderung des Mittelwertes	84
Abb. 3: Kumulierte Summe normalverteilter Zufallszahlen bei zweimaliger Änderung des Mittelwertes	85
Abb. 4: Likelihood-Ratio ($\log_{10} \lambda$) für drei verschiedene Werte von t^*	98
Abb. 5: Kumulierte Summe der rekursiven Residuen für drei verschiedene Werte von t^*	109
Abb. 6: Graphische Darstellung der Nullhypothese und der kritischen Werte für den Cusum-of-Squares Test	115
Abb. 7: Cusum-of-Squares Test für zwei verschiedene Werte von t^*	118
Abb. 8: Kumulierte Summe der rekursiven Residuen für $t^*=30$ - rückwärts	119
Abb. 9: Gütefunktionen ausgewählter Testverfahren für verschiedene Werte von t^*	137 - 139
Abb. 10: Güte ausgewählter Testverfahren bei $R=0,03$ und Variation von t^* im Bereich $t=10$ bis $t=50$	143

	Seite
Abb. 11a: Graphische Verläufe ausgewählter Testgrößen für ein simuliertes Bei- spiel mit $t^*=15$	149
Abb. 11b: Graphische Verläufe ausgewählter Testgrößen für ein simuliertes Bei- spiel mit $t^*=30$	152
Abb. 11c: Graphische Verläufe ausgewählter Testgrößen für ein simuliertes Bei- spiel mit $t^*=45$	153
Abb. 12: Graphische Verläufe ausgewählter Testgrößen für das Grundmodell (VI); Stützbereich 1961I-1974IV (56 Werte)	163
Abb. 13: Graphische Verläufe ausgewählter Testgrößen für den modifizierten An- satz (VI); Stützbereich 1968I-1974IV (28 Werte)	166
Abb. 14: Graphische Verläufe ausgewählter Testgrößen für das Grundmodell (GRP); Stützbereich 1961I-1974IV (56 Werte)	168
Abb. 15: Graphische Verläufe ausgewählter Testgrößen für den modifizierten An- satz (GRP); Stützbereich 1966III- 1974IV (34 Werte)	171
Abb. 16: Graphische Verläufe ausgewählter Testgrößen für das Grundmodell (INV); Stützbereich 1961I-1974IV (56 Werte)	173

	Seite
Abb. 17: Graphische Verläufe ausgewählter Testgrößen für den modifizierten An- satz (INV); Stützbereich 1965I-1974IV (40 Werte)	174
Abb. 18: Graphische Verläufe ausgewählter Testgrößen für das Grundmodell (VER); Stützbereich 1961I-1974IV (56 Werte)	176
Abb. 19: Graphische Verläufe ausgewählter Testgrößen für das Grundmodell (NAG); Stützbereich 1961I-1974IV (56 Werte)	177

1 Problemstellung und Aufbau der Arbeit

In der Zeit seit dem zweiten Weltkrieg ist in der wirtschaftswissenschaftlichen Forschung eine Tendenz zu immer stärkerer Verwendung ökonometrischer Methoden zu beobachten. Theoretisch abgeleitete Vorstellungen über bestimmte ökonomische Zusammenhänge sollen auf diese Weise mit empirischen Daten konfrontiert werden, um den Realitätsgehalt der Hypothesen beurteilen zu können.

Wurde (und wird) diese Zielsetzung in der Regel im Rahmen eines Eingleichungsmodells verfolgt, so begann in den 50er Jahren mit geänderter bzw. erweiterter Zielsetzung die Arbeit an umfangreichen makroökonomischen Mehrgleichungsmodellen¹. Ziel dieser Mehrgleichungsmodelle ist es zum einen, die Analyse ökonomischer Abläufe und Zusammenhänge zu erleichtern, zum anderen, durch Prognosen unter Status-Quo-Bedingungen oder unter Berücksichtigung alternativer wirtschaftspolitischer Maßnahmen Entscheidungshilfen für den Politiker zu liefern. Dabei kann es sich sowohl um kurz- bis mittelfristig als auch um langfristig ausgerichtete Maßnahmen handeln, deren Auswirkungen dann auch mit kurz- bzw. langfristig ausgelegten Modellen untersucht werden².

1 Die ersten Arbeiten wie z. B. die von Tinbergen für die Niederlande und für Großbritannien sind zwar schon älter, aber die Entwicklung beschleunigte sich zu Beginn der 50er Jahre. Zur Geschichte der ökonometrischen Modellbildung vgl. etwa SAMUELSON, P.A.: The Art and Science of Macromodels over 50 Years, in: FROMM, G., KLEIN, L.R., (Eds.): The Brookings Model: Perspective and Recent Developments, Amsterdam, Oxford 1975, S. 3-10.

2 Vgl. etwa KRELLE, W.: Erfahrungen mit einem ökonometrischen Prognosemodell für die Bundesrepublik Deutschland, AStA, Bd. 58 (1974), S. 56.

In den letzten zehn bis fünfzehn Jahren hat sich die Zahl der in den westlichen Industrieländern entwickelten (meist kurzfristigen) ökonometrischen Modelle stark erhöht¹. Dies wird im wesentlichen auf drei Faktoren zurückgeführt²,

- (1) den weitgehend abgeschlossenen Aufbau der volkswirtschaftlichen Gesamtrechnungen, die die empirische Basis für den Modellbau bereitstellen,
- (2) die schnelle Entwicklung der Computer-Technologie, die es ermöglicht, auch umfangreiche Modelle in verschiedenen Alternativen zu schätzen und über Simulationen und Prognoserechnungen zu vergleichen, und
- (3) das zunehmende Interesse der Politiker an der Verwendung ökonometrischer Modelle zur Analyse der wirtschaftlichen Entwicklung und zur Auswahl von Handlungsalternativen.

Während den ersten beiden Punkten wohl zuzustimmen ist, ist der dritte Punkt für verschiedene Länder unterschiedlich zu beurteilen. So ist z. B. in den USA die Zahl der von privaten Organisationen formulierten Modelle weitaus größer als die Zahl der Modelle, die tatsächlich zur wirtschaftspolitischen Entscheidungsfindung eingesetzt werden³. Es ist in erster Linie der Initiative der Wissenschaftler und nicht einem

1 Vgl. WAELBROECK, J.: A Survey of Short-Run Model Research Outside the United States. In: FROMM, G., KLEIN, L.R., (Eds.), a.a.O., S. 421-468.

2 Vgl. ebenda, S. 423.

3 Vgl. HICKMAN, B., Diskussion zu WAELBROECK, J., a.a.O., S. 470.

Bedürfnis der verantwortlichen Politiker zuzuschreiben, daß die amerikanischen Modelle trotzdem stark auf die wirtschaftspolitische Verwendbarkeit ausgerichtet sind¹.

Eine weitaus stärkere Verwendung finden ökonometrische Modelle in den Niederlanden. Das Centraal Planbureau kann als einer der Pioniere beim Einsatz von Modellen für Prognosen und Analysen angesehen werden.

Auch für einige andere Länder gilt, daß die Forschung auf dem Gebiet der ökonometrischen Modelle von Einrichtungen wie Zentralbanken und Statistischen Ämtern getragen und daß diese Modelle dann auch zur wirtschaftspolitischen Entscheidungsfindung im weiteren Sinn eingesetzt werden².

Es ist aber andererseits nicht zu übersehen, daß bei vielen Wirtschaftspolitikern und Konjunkturanalysten erhebliche Vorbehalte gegenüber der Verwendung ökonometrischer Modelle bestehen. Dies gilt in gewissem Maße auch für die Bundesrepublik Deutschland. Die offiziellen gesamtwirtschaftlichen Prognosen im Bundesministerium für Wirtschaft werden unter Verwendung methodischer Mischformen mit dem Schwergewicht auf der empirisch-analytischen Methode durchgeführt³. Diese "... Methode besteht darin, ein vollständiges Kreislaufschema in einzelne Stufen und Arbeitsgänge zu zerlegen und die Positionen des Schemas im Wege einer 'empirischen Analyse mit sukzessiver Annäherung'

1 Vgl. HICKMAN, B., Diskussion zu WÄELBROECK, J., a.a.O., S. 470.

2 Vgl. z. B. die Übersicht bei WÄELBROECK, J., a.a.O., S. 459.

3 Vgl. RAABE, K.-H.: Gesamtwirtschaftliche Prognosen und Projektionen als Hilfsmittel der Wirtschaftspolitik in der Bundesrepublik Deutschland, AStA, Bd. 58 (1974), S. 1-31.

so auszufüllen, daß sich zum Schluß Relationen und Beziehungszahlen ergeben, die in sich konsistent sind und plausibel erscheinen."¹

Der relativ geringe Verwendungsgrad ökonometrischer Totalmodelle ist wohl überwiegend auf zwei Faktoren zurückzuführen. Zum einen sind die Modelle inbezug auf die Prognosegenauigkeit den intuitiven Methoden bisher nicht überlegen, sondern in vielen Fällen eher noch unterlegen². Zum anderen wird oft argumentiert, ökonometrische Modelle seien nicht flexibel genug, um allen Eventualitäten eines komplexen Wirtschafts- und Gesellschaftssystems Rechnung tragen zu können. Aus Vergangenheitsdaten gewonnene Strukturen könne man nicht ohne weiteres auf die Zukunft übertragen. Zudem sei fraglich, ob diese Strukturen die betrachteten Zusammenhänge tatsächlich "richtig" wiedergeben.

Damit ist die Frage angesprochen, ob in den Wirtschaftswissenschaften Gesetzmäßigkeiten bestehen, die über längere Zeiträume numerisch stabil sind. Ist dies nicht der Fall, so stellen die mit ökonometrischen Schätzverfahren ermittelten Strukturen lediglich "Mischgrößen" dar, die nicht sinnvoll zu interpretieren sind. Sie sind außerdem auch nicht zur Prognose von Werten der zu erklärenden Variablen über den Schätzzeitraum hinaus geeignet³.

1 RAABE, K.-H., a.a.O., S. 7.

2 Siehe etwa VAJNA, T.: Ökonometrische Modelle in der Bundesrepublik. Berichte des Deutschen Industrieinstituts zur Wirtschaftspolitik, Jg. 5 (1971), S. 40ff. und 55 ff.

3 Ist dagegen am Ende des Schätzzeitraums erkennbar, daß im Prognosezeitraum gravierende Änderungen in den betrachteten Zusammenhängen auftreten und läßt sich absehen, wie die geschätzten Abhängigkeiten beeinflußt werden, so kann man in geeigneter Form angepasste Koeffizienten zur Prognose verwenden.

Änderungen in der Struktur ökonomischer Modelle deuten darauf hin, daß sich das gesellschaftliche, institutionelle oder technologische Umfeld der Analyse (um nur einige Einflußgrößen zu nennen) geändert hat. Solche Änderungen sind für den Ökonometriker zunächst nur aus den Daten zu ersehen. Bei der Betrachtung multipler Zusammenhänge ist es aber von vornherein kaum möglich, Abweichungen im Datenmaterial zu erkennen. Deshalb ist es auch nicht einfach, die Daten von solchen Einflüssen zu bereinigen. Andererseits sind die fraglichen Effekte oft auch durch theoretische Überlegungen nicht im einzelnen zu erfassen, so daß sie nicht explizit in das Modell aufgenommen werden können.

Das Problem struktureller Veränderungen ist in der ökonomischen Forschung relativ wenig behandelt worden. Zwar wurde häufig auf die in diesem Zusammenhang auftretenden Schwierigkeiten hingewiesen, das weitere Vorgehen richtete sich aber vornehmlich auf die Entwicklung neuer Schätzverfahren.

So gibt es zur Zeit kein geschlossenes Instrumentarium zur Überprüfung der Strukturstabilität ökonomischer Modelle und folglich wird eine solche Untersuchung auch nur in seltenen Fällen vorgenommen. Die dabei angewendeten Verfahren setzen zudem voraus, daß das Vorhandensein und der Zeitpunkt des Auftretens struktureller Änderungen bekannt sind - eine Voraussetzung, die zwar die ökonomische Arbeit sehr erleichtern würde, die aber nur in seltenen Fällen gegeben sein dürfte.

Die vorliegende Arbeit will einen Beitrag zur Schließung der bestehenden Lücken liefern. Sie geht von der Überlegung aus, daß der Festlegung des Stützbereichs für die Schätzung erhebliche Bedeutung zukommt, will man zeitlich stabile Strukturen erhalten.

Die Auswahl des Stützbereichs wird damit zu einem wesentlichen Bestandteil der Spezifikation des Modells. Die Abgrenzung eines geeigneten Stützbereichs setzt voraus, daß eine für einen bestimmten Bereich ermittelte ökonometrische Struktur auf zeitliche Stabilität überprüft werden kann und daß evtl. auftretende Strukturänderungen lokalisiert werden können.

Im folgenden z w e i t e n Kapitel wird zunächst der theoretische Rahmen der Untersuchung abgesteckt. Der Begriff der Strukturstabilität wird erläutert und es werden Beziehungen zwischen der Stabilitätsfrage und einer Reihe von anderen bei der ökonometrischen Arbeit auftretenden Problemen aufgezeigt.

Nachdem im d r i t t e n Kapitel die wichtigsten Gründe für das Auftreten von Instabilitäten behandelt worden sind, werden im v i e r t e n Kapitel einige Verfahren zur Überprüfung der Stabilitätsannahme dargestellt und diskutiert. Das Schwergewicht liegt dabei auf einigen relativ unbekannten Methoden, die sehr stark graphisch ausgerichtet sind und das Auffinden von Strukturänderungen ermöglichen. Diese Verfahren haben sehr stark daten-analytischen Charakter und tragen damit dem Gedanken Rechnung, daß die Genauigkeit der Strukturschätzung und damit auch die Stabilität oder Instabilität der Struktur in hohem Maße von der Art und Qualität der Daten abhängig sind. Die Eigenschaften der Verfahren werden im Rahmen einer Simulationsstudie untersucht.

Im abschließenden f ü n f t e n Kapitel werden die zunächst rein theoretisch abgehandelten Verfahren auf ein einfaches empirisches Beispiel angewandt, um zu überprüfen, ob und in welchem Umfang sie den oben formulierten Anforderungen genügen.

2 Der Begriff der Strukturstabilität bei ökonomischen Untersuchungen

2.1 Beispiele für die Behandlung des Stabilitäts- problems in empirischen Arbeiten

Bevor der Begriff der Strukturstabilität näher erläutert wird, soll ein kurzer Überblick gegeben werden über empirische Arbeiten, bei denen dieses Problem eine Rolle gespielt hat. Der Sinn dieses Abschnittes kann allerdings nicht darin bestehen, eine vollständige Aufzählung solcher Untersuchungen zu geben. Vielmehr soll anhand einiger Beispiele erläutert werden, in welcher Form das Problem auftreten und auf welche Weise es behandelt werden kann. Dabei wird das methodische Vorgehen jeweils nur angedeutet; die genaue Darstellung ist späteren Kapiteln vorbehalten.

In einer Untersuchung zur Weiterentwicklung des geldwirtschaftlichen Sektors im Rahmen des Brookings-Modells für die USA kritisiert GOLDFELD¹ das bis dahin im Brookings-Modell enthaltene monetäre Teilmodell und geht in diesem Zusammenhang auch auf das Problem der Stabilität ein:

"One final potential difficulty which was examined concerns the stability of the relationships we have estimated. In particular, one criticism often leveled at various studies (even those restricted to postwar data) is that the individual relationships have been subject to structural shifts. Hence, it can be argued that an adequate explanation of the demand for money, say, cannot be achieved with one functional relationship restricted to a given set of parameter values. There are a variety of ways one can test for this possibility.

1 GOLDFELD, S.M.: An Extension of the Monetary Sector. In: DUESENBERY, J.S. et al.: The Brookings Model: Some Further Results, Amsterdam, London 1969, S. 332.

One of the most straightforward methods involves splitting the period into two parts and testing the hypothesis that regression coefficients, obtained from estimating each part separately, are the same. ... While this test does not preclude the possibility of finding a single function which explains the data over the entire postwar period, it does suggest that more care must be exercised in specifying functions which are designed for this purpose."

GOLDFELD unterwirft die Gleichungen des ursprünglichen Modells einem einfachen Test, indem er die Schätzperiode willkürlich in der Mitte teilt und zwei Teilschätzungen für jede Gleichung durchführt. Diese beiden Teilschätzungen werden auf Gleichheit der Koeffizienten überprüft. Für zwei von fünf Gleichungen führt der Test zu einem signifikanten Ergebnis bezüglich der Alternativhypothese "Instabilität" (Signifikanzniveau 1 %). Dieses Ergebnis nimmt Goldfeld zum Anlaß, das Teilmodell in drei Richtungen zu ändern. Er führt eine stärkere Disaggregation nach Wirtschaftseinheiten durch als dies im ursprünglichen Modell der Fall war, er geht auf kleinere Beobachtungsperioden (Wochen) für einzelne Gleichungen über (zeitliche Disaggregation) und er ändert die Spezifizierung einzelner Gleichungen bezüglich der in ihnen enthaltenen erklärenden Variablen.

Die Gleichungen des neu formulierten Teilmodells werden anschließend in gleicher Weise überprüft. Für keine Gleichung des jetzt wesentlich umfangreicheren Modells führt der Test zu einem signifikanten Ergebnis.

Eine andere Form der Stabilitätsuntersuchung führt FAIR¹ bei der Bewertung seines kurzfristigen Modells für die USA durch. Die Form der Untersuchung ergibt sich aus FAIRs Stabilitätsdefinition². Er schätzt jede Gleichung seines Modells für unterschiedliche Längen der Schätzperiode. Dabei wird der Beginn des Stützbereichs konstant gehalten, während der Endpunkt variiert wird. FAIR erhält so eine Folge von bis zu achtzehn Schätzwerten für die Regressionskoeffizienten. Mittels dieser Wertereihen kommt FAIR zu dem Ergebnis, daß die Gleichungen zur Erklärung der Anlageinvestition, des privaten Wohnungsbaus und des Preisniveaus sowie eine Gleichung für den Arbeitsmarkt für den untersuchten Zeitraum bezüglich einiger Koeffizienten nicht stabil sind. Die Annahme wird damit begründet, daß die Reihen systematische Änderungen der numerischen Werte der Koeffizienten erkennen lassen. Ein genaues Kriterium (etwa in Form eines Tests) wird nicht angegeben³. Es ist allerdings auch schwierig, für das Verfahren einen statistischen Test zu formulieren. Es hat nämlich den Nachteil, daß die Schätzwerte für die einzelnen Stützbereiche nicht unabhängig voneinander sind, weil sich die Bereiche stark überlappen. Trotzdem ist die Vorgehensweise von einer

1 FAIR, R.C.: A Short-Run Forecasting Model of the United States Economy; Toronto, London 1971, S. 155-179.

2 Vgl. dazu den folgenden Abschnitt 2.2 dieser Arbeit.

3 In einem späteren Abschnitt führt FAIR für jede Funktion mit den Schätzwerten für jeden Stützbereich ex post Prognosen durch. Der mittlere absolute Prognosefehler wird als Maß für die Prognosegüte und gleichzeitig als Maß für die Stabilität der Funktionen gewählt. Es zeigt sich, daß drei der oben als instabil bezeichneten Gleichungen auch bei der Prognose zu schlechten Ergebnissen führen.

Reihe von Autoren übernommen worden¹.

Den bisher dargestellten Untersuchungen ist gemeinsam, daß sie von der Annahme ausgehen, für die fraglichen Verhaltensgleichungen gebe es Ansätze, deren Koeffizienten für den gesamten Untersuchungsbereich konstant sind; es gelte nur, die Spezifizierung zu finden, die zu stabilen Schätzwerten führt. Diese Voraussetzung muß aber in der Realität nicht unbedingt gegeben sein. Bei vielen ökonometrischen Untersuchungen erstreckt sich beispielsweise der Schätzzeitraum über mehrere Konjunkturzyklen und damit über verschiedene Konjunkturphasen. Das Verhalten der Wirtschaftseinheiten kann dann je nach der konjunkturellen Situation durchaus unterschiedlich sein. Daraus folgt, daß für die einzelnen Konjunkturphasen unterschiedliche Funktionsansätze spezifiziert werden müssen.

In einer Untersuchung des Investitionsverhaltens im Bereich der Bundesrepublik Deutschland hat LÜDEKE² versucht, diesem Gesichtspunkt Rechnung zu tragen,

1 Beispielhaft seien genannt OKSANEN, E.H., SPENCER, B.G.: Analysis of the Intertemporal Behaviour of Parameter Estimates from a Model of the United States Economy, Weltwirtschaftliches Archiv, Bd. 108 (1972), S. 286-297, NIESSEN, H.J.: Der Beitrag empirisch erhobener Antizipationsvariablen zur konjunkturellen Kurzfristprognose, Berlin 1974, S. 172-179, NERB, G.: Konjunkturprognose mit Hilfe von Urteilen und Erwartungen der Konsumenten und der Unternehmer, Schriftenreihe des IFO-Instituts für Wirtschaftsforschung Nr. 86, Berlin-München 1975, S. 97 ff. Die beiden letztgenannten Untersuchungen sind jeweils unter dem Aspekt interessant, ob neben der Prognosegüte auch die Stabilität der Funktionen durch die Einbeziehung von sog. Antizipationsvariablen beeinflusst werden kann.

2 LÜDEKE, D.: Strukturveränderungen des Investitionsverhaltens im Konjunkturverlauf, Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik, Bd. 188 (1974), S. 289-319.

indem er für Aufschwungs- und Boomphasen einerseits sowie für Abschwungs- und Rezessionsphasen andererseits verschiedene Funktionen schätzt. Die Untersuchung bezieht sich auf den Zeitraum von 1960 bis 1971. Die Phaseneinteilung wird nach den Abweichungen der Industrieproduktion vom Trend vorgenommen. Für jeden der beiden Teilbereiche werden mehrere Spezifizierungen überprüft, die sich hinsichtlich der erklärenden Variablen und der Lag-Annahmen unterscheiden. Aus jeder der beiden Gruppen wird der Ansatz ausgewählt, der das höchste Bestimmtheitsmaß liefert. Beide Ansätze unterscheiden sich sowohl voneinander als auch von dem "besten" Ansatz für den gesamten Schätzbereich. Bei der oben beschriebenen Vorgehensweise ist die Abgrenzung der Teilperioden problematisch. Es gibt keine Gewähr dafür, daß die Abgrenzung nach der Entwicklung der Industrieproduktion die für die Investitionsfunktion adäquate ist. Es gibt bei LÜDEKE auch keinen Hinweis darauf, ob diese Frage - etwa durch eine Variation der Phaseneinteilung - genauer untersucht worden ist.

Eine sehr ausführliche Untersuchung der Annahme einer einheitlichen Struktur für eine gegebene Schätzperiode findet sich im Rahmen des Tübinger Arbeitsmarktmodells für die BRD¹. Der betrachtete Zeitraum umfaßt die Jahre 1952-1971. Aus einer Diskussion der speziellen Verhältnisse auf dem Arbeitsmarkt in der Beobachtungsperiode wird die Notwendigkeit hergeleitet, drei Teilzeiträume zu bilden. Wichtige Kriterien hierbei sind das Verhältnis zwischen der Zahl der

¹ ENKE, H.: Ein aggregiertes ökonometrisches Modell für den Arbeitsmarkt der Bundesrepublik Deutschland, Tübingen 1974, S. 9-12 und 115-136.

Arbeitslosen und der Zahl der offenen Stellen sowie die Beschäftigung ausländischer Arbeitskräfte. Die Analyse dieser Größen gibt Anlaß, unterschiedliche Strukturen für die Zeiträume 1952-1960, 1960-1964 und 1964-1971 zu spezifizieren¹. Die Frage der Existenz einer einheitlichen Struktur für die gesamte Beobachtungsperiode wird also von vornherein sehr skeptisch beurteilt. Für den Zeitraum ab 1960 wird zusätzlich nach der Methode von FAIR² für jede Funktion eine Stabilitätsuntersuchung durchgeführt.

Als Ergebnis erhält man tatsächlich für jeden der drei Teilzeiträume sehr unterschiedliche Funktionsansätze zur Erklärung derselben abhängigen Variablen, die unter jeweils geänderten ökonomischen Bedingungen die beste Anpassung ergeben. Die Untersuchung von ENKE macht deshalb deutlich, daß der Festlegung des Stützbereichs zur Schätzung der Koeffizienten bei ökonometrischen Arbeiten sehr große Bedeutung zukommt.

Die bisher dargestellten Untersuchungen hatten jeweils die Schätzung einer einzelnen Funktion oder eines Mehrgleichungsmodells für einen bestimmten theoretischen Zusammenhang zum Ausgangspunkt. Die Frage der zeitlichen Stabilität stand nicht im Vordergrund, sondern tauchte bei der Überprüfung der Schätzungen als Problem auf.

1 Die Teilzeiträume überlappen sich in einigen Bereichen.

2 Vgl. S. 9.

Abschließend soll noch auf eine Arbeit eingegangen werden, die von einem schon bestehenden Modell ausgeht und die am Beispiel dieses Modells speziell die zeitliche Stabilität der Schätzungen untersucht¹. Das betrachtete Modell stellt eigentlich eine Kombination ausgewählter Verhaltensgleichungen aus vier verschiedenen ökonomischen Modellen für die USA dar.

Für den Zeitraum vom 1. Quartal 1948 bis zum 4. Quartal 1965 zeigt DUFFY zunächst die Existenz von Parametervariationen in den neunzehn Verhaltensgleichungen des Modells auf. Er verwendet dazu die Technik der gleitenden Regression (moving samples). Die Vorgehensweise besteht darin, daß ein Stützbereich konstanter Länge (24 Quartale) über den gesamten Beobachtungsbereich verschoben wird. Es entsteht so - ähnlich wie bei dem Vorgehen von FAIR - eine Folge von Schätzwerten für die Regressionskoeffizienten. Über die aus diesen Wertereihen rein optisch zu erkennende Tatsache von Veränderungen bei einer großen Zahl der Koeffizienten wird die Signifikanz dieser Variationen statistisch überprüft². Schließlich wird versucht, über die "Figur" der Koeffizientenänderungen und über den Zeitpunkt ihres Auftretens auf mögliche Ursachen zu schließen. In einigen Fällen lassen sich Veränderungen der numerischen Werte der Koeffizienten auf bestimmte Ereignisse (Streiks, geldpolitische Maßnahmen) zurück-

1 DUFFY, W.: Parameter Variation in a Quarterly Model of the Post-War U.S. Economy, Diss., Pittsburgh 1969.

2 Die dazu verwendeten Testverfahren werden an späterer Stelle dieser Arbeit behandelt.

führen. In diesen Fällen ist es möglich, durch Veränderung der Spezifizierung einzelner Gleichungen Konstanz der Parameter zu erreichen.

Zusammenfassend zeigt auch die Arbeit von DUFFY, daß bei ökonometrischen Untersuchungen grundsätzlich Zweifel an der Homogenität des Beobachtungsbereichs im Hinblick auf Stärke und Richtung der Beziehungen zwischen ökonomischen Größen angebracht sind.

2.2 Begriffliche Abgrenzung

2.2.1 Spezifikation und Modell

Die für die ökonomische Theorie typische Methode ist die Modellbildung. Ausgehend von einer bestimmten Fragestellung wird ein System von Daten und Hypothesen gebildet, das zur Lösung dieser Fragestellung beitragen soll. Ein Modell ist immer auf einen bestimmten Sachverhalt bezogen und läßt in der Regel keine allgemeinen Aussagen zu¹.

Formal wird ein solches Modell meist dargestellt als System von numerisch unbestimmten Strukturgleichungen. Mit der Modellbildung ist also die Verwendung mathematischer Darstellungsweisen eng verbunden. Mithilfe mathematischer Formulierungen lassen sich komplizierte Zusammenhänge oft recht

¹ Auf die wissenschaftstheoretische Diskussion des Modellbegriffs soll hier nicht eingegangen werden. Vgl. dazu etwa ALBERT, H.: Probleme der Theoriebildung. Entwicklung, Struktur und Anwendung sozialwissenschaftlicher Theorien. In: Derselbe (Hrsg.): Theorie und Realität, Tübingen 1964, S. 27 ff.

einfach veranschaulichen. Gleichzeitig bietet die mathematische Formulierung die Möglichkeit und den Übergang zur empirischen Überprüfung der theoretischen Annahmen mit Methoden der Statistik¹.

Ziel der Wirtschaftstheorie ist es oftmals, Gesetzmäßigkeiten zu formulieren, die die Verhaltensweisen der Wirtschaftssubjekte beschreiben und die sich in bestimmten, festen Relationen zwischen den beobachtbaren ökonomischen Variablen äußern. Die Aufgabe der Ökonometrie wird darin gesehen, solche Abhängigkeiten empirisch zu überprüfen und numerisch zu bestimmen.

Dazu werden die Modelle der Wirtschaftstheorien zunächst in eine für die ökonometrische Behandlung geeignete Form gebracht. Der Übergang vom ökonomischen zum ökonometrischen Modell besteht darin, daß alle vom ökonomisch-theoretischen Standpunkt aus wichtigen, aber aus verschiedenen Gründen nicht explizit erfaßbaren Einflußfaktoren in sog. Störvariablen (Schockvariablen, latenten Variablen) zusammengefaßt werden^{2,3}. Über die stochastischen Eigenschaften dieser latenten Variablen werden dann bestimmte Annahmen getroffen. Die konkrete Festlegung dieser stochastischen Eigenschaften gehört zur sehr wichtigen Phase der Spezifikation. In dieser vor der eigentlichen Schätzung

1 So sind die drei Komponenten Wirtschaftstheorie, Mathematik und Statistik auch in fast allen Definitionen des Begriffs Ökonometrie enthalten.

2 Vgl. MENGES, G.: Die ökonometrische Struktur und die Frage ihrer Konstanz. In: NEUMARK, F. (Hrsg.): Strukturwandlungen einer wachsenden Wirtschaft, Schriften des Vereins für Socialpolitik, N.F. Bd. 30 II, Berlin 1964, S. 993.

3 Von Meßfehlern in den Variablen wird hier und im folgenden abstrahiert.

liegenden Phase ist eine Vielzahl von Entscheidungen zu treffen, die für die Aussagefähigkeit der Schätzergebnisse von erheblicher Bedeutung sind. Ausgehend von der zugrundeliegenden ökonomischen Problemstellung gehören dazu die Vereinbarung über als abhängig und unabhängig angesehene Variablen (also über die Richtung der Abhängigkeit), die Festlegung der Funktionalform, die genaue Definition und Abgrenzung der Variablen sowie Annahmen über evtl. vorliegende Wirkungsverzögerungen, um nur die wichtigsten zu nennen¹.

Die Beziehungen zwischen den Variablen des Systems werden durch zunächst numerisch noch unbestimmte Größen, die Parameter², festgelegt. Diese Parameter werden üblicherweise als konstant angesehen.

Ein ökonometrisches Modell kann dann allgemein bezeichnet werden als Charakterisierung der Wahrscheinlichkeitsverteilung einer oder mehrerer als abhängig angesehener Variablen durch Parameter und exogene (unabhängige) Variablen³.

In der Phase der Spezifikation wird der Festlegung des Beobachtungsbereichs (bei Zeitreihenuntersuchungen speziell des Beobachtungszeitraums) oft

1 Im Kap. 3 dieser Arbeit wird häufig der Begriff "Regressionsansatz" verwendet. Hier wird in erster Linie auf die Funktionalform sowie auf die Definition und Abgrenzung der erklärenden Variablen abgestellt.

2 Bezüglich der Parameter des Modells wird unterschieden in die Parameter, die die Beziehungen zwischen beobachtbaren Variablen beschreiben, und die Parameter, die die Verteilung einer Variablen oder die gemeinsame Verteilung mehrerer Variablen kennzeichnen (z. B. Mittelwerte, Varianzen, Kovarianzen).

3 GAVER, K.M., GEISEL, M.S.: Discriminating among Alternative Models: Bayesian and Non-Bayesian Methods. In: ZAREMBKA, P. (Ed.): *Frontiers of Econometrics*, New York, London 1974, S. 50.

nur geringe Aufmerksamkeit geschenkt. Da der Ökonometriker zudem aus technischen Gründen häufig gezwungen ist, mit relativ langen Beobachtungsreihen zu arbeiten, ist die Annahme konstanter Parameter nicht unbedingt mit der Realität vereinbar. Einige Beispiele dafür enthält der vorhergehende Abschnitt 2.1. Die hier aufgeführten Arbeiten stellen insofern Ausnahmen dar, als die Annahme konstanter Parameter sonst nur in seltenen Fällen nachträglich überprüft wird. Diese auch als Stabilitätsannahme bezeichnete Voraussetzung soll im folgenden konkretisiert werden.

2.2.2 Struktur und Stabilität

Ein ökonometrisches Modell in der Festlegung des vorhergehenden Abschnitts läßt sich allgemein in Matrixschreibweise formulieren als¹

$$BY_t + CX_t = U_t, \quad t=1, \dots, T. \quad (2.1)$$

Nimmt man die Zahl der Gleichungen (und in einem vollständigen Modell damit auch die Zahl der gemeinsam abhängigen Variablen) mit G und die Zahl der vorherbestimmten Variablen mit K an², so bezeichnet in (2.1)

Y_t die $(G \times 1)$ -Matrix der gemeinsam abhängigen Variablen,

X_t die $(K \times 1)$ -Matrix der vorherbestimmten Variablen,

1 Im folgenden wird auf Zeitreihenuntersuchungen abgestellt, sodaß die einzelnen Beobachtungspunkte mit $t(t=1, \dots, T)$ indiziert werden.

2 Vgl. zu den hier verwendeten Begriffen z. B. THEIL, H.: Principles of Econometrics, New York, London, Sydney, Toronto 1971, S. 429 ff.

B die $(G \times G)$ -Matrix der Parameter der gemeinsam abhängigen Variablen,

C die $(G \times K)$ -Matrix der Parameter der vorherbestimmten Variablen

und

U_t die $(G \times 1)$ -Matrix der Störvariablen.

Das Modell enthält in Y_t und X_t beobachtbare Größen, deren Werte sich im Beobachtungszeitraum verändern, in B und C numerisch noch unbestimmte Parameter, von denen angenommen wird, daß sie im Beobachtungszeitraum konstant sind, und die nicht beobachtbaren Störvariablen.

Die Störvariablen können bestimmt werden, wenn die Werte der Parameter bekannt sind. Um aber die numerischen Werte der Parameter (nach einem hier nicht näher bezeichneten Verfahren) zu ermitteln, müssen Annahmen über die Störvariablen getroffen werden. Die üblichen Annahmen legen die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsverteilung F der latenten Variablen in Abhängigkeit von den Parametern Mittelwert, Varianz und Kovarianz der Form nach fest. Die Parameter des Gleichungssystems und die Parameter der gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsverteilung der Störvariablen bilden zusammen die Strukturparameter oder die Struktur des Modells.

Zur praktischen Bestimmung der numerischen Werte der Strukturparameter werden zusammenfassend üblicherweise

die folgenden Annahmen getroffen:

- (1) Die Gleichungen des Modells sind linear in den Parametern.
- (2) Die Werte der vorherbestimmten Variablen sind nichtstochastische Größen und die Matrix der vorherbestimmten Variablen hat vollen Spaltenrang.
- (3) Die Verteilung der Störvariablen ist unabhängig von den vorherbestimmten Variablen:
 $F(U_t | X_t) = F(U_t)$.

$$(4) E(u_{gt}) = 0 \quad , \quad g=1, \dots, G \quad ; \quad t=1, \dots, T$$

$$E(u_{gt} u_{gt}^t) = \sigma_{gg}^2 I_T \quad , \quad g=1, \dots, G \quad ; \quad t=1, \dots, T$$

$$E(u_{gt} u_{g't}^t) = 0 \quad , \quad g, g'=1, \dots, G \quad ; \quad t=1, \dots, T.$$

Zusätzlich zu diesen vier Annahmen wird (meist implizit) Stabilität der Parameter und damit Stabilität der Struktur unterstellt. Der in der Praxis wichtige Fall ist dabei die zeitliche Stabilität der Parameter. Es können dann zwei weitere Annahmen getroffen werden:

- (5) Die Matrix $\Gamma = (B:C)$ der Strukturparameter ist zeitinvariant für den Beobachtungszeitraum T und den Prognosezeitraum T_p , für die die Struktur gelten soll. Es gibt eine Matrix Γ der Form, daß

$$\Gamma_t = \Gamma \quad \text{für alle } t \in T \cup T_p.$$

- (6) Die Verteilungsfunktion F der latenten Variablen ist zeitinvariant für dieselben Zeiträume. Es gibt eine Verteilungsfunktion F der Form, daß

$$F_t = F \quad \text{für alle } t \in T_p.$$

Die Aufgabe der Ökonometrie besteht nun zunächst darin, die unbekannte Struktur des Modells aus den Beobachtungswerten für die Variablen Y_g ($g=1, \dots, G$) und X_j ($j=1, \dots, K$) zu schätzen. Die Stabilität der Struktur ist eine wesentliche Voraussetzung für die Anwendung der dazu notwendigen statistischen Schätzverfahren. Nur wenn die Struktur im Beobachtungszeitraum so weit wie möglich konstant ist - strenggenommen, wenn sie völlig unverändert bleibt - kann überhaupt mit konsistenten Schätzwerten gerechnet werden¹.

Ebenso wichtig ist die Stabilitätsforderung für die Durchführung von Prognosen. Da das die zukünftigen Werte der abhängigen Variablen erzeugende Wahrscheinlichkeitsgesetz nicht bekannt ist, wird eine Extrapolation der Schätzung für den Beobachtungsbereich verwendet. Dieses Vorgehen ist nur sinnvoll, wenn die Stabilität der Struktur auch in der Zukunft vorausgesetzt werden kann².

1 Vgl. MENGES, G.: Die ökonometrische Struktur ..., a.a.O., S. 997.

2 Vgl. MENGES, G., DIEHL, H.: Das Stabilitätsproblem in der Ökonometrie, Statistische Hefte, N.F. Bd. 6 (1965), S. 37 f.

Der bisher nur rein formal festgelegte Begriff der Stabilität soll nun auch inhaltlich bestimmt werden. Zunächst ist festzuhalten, daß Stabilität im hier verwendeten Sinn nichts zu tun hat mit Stabilität als einer mathematischen Eigenschaft von Gleichungssystemen¹. Stabilität bedeutet hier vielmehr: "Anzahl und Gewicht aller zur Erklärung der gemeinsam abhängigen Variablen als relevant erachteten vorherbestimmten Variablen ändern sich innerhalb des Relevanzzeitraums (Beobachtungszeit und Prognosezeitraum) nicht. Es treten also weder neue erklärende Variable hinzu, noch scheiden einige durch Bedeutungsminderung aus; die Intensität ihres Einflusses bleibt konstant."²

Wenn sich Anzahl und Gewicht der erklärenden Variablen nicht verändern, so bedeutet dies eben, daß die numerischen Werte der Parameter konstant bzw. frei von systematischen Änderungen sind. Dies drückt auch die folgende Definition von FAIR³ aus: "'Stability' is meant to refer to how much or little the coefficient estimates in an equation change as the sample period is lengthened. The less the coefficient estimates in an equation change as the sample is lengthened, the more stable the equation is considered to be."⁴

1 Ein System wird dann als stabil bezeichnet, wenn sich die Werte der endogenen Variablen von beliebigen Anfangswerten aus bei Konstanthalten der Werte der exogenen Variablen für $t \rightarrow \infty$ an bestimmte Gleichgewichtswerte annähern. Vgl. etwa KMENTA, J.: Elements of Econometrics, New York, London 1971, S. 592.

2 HUIJER, R.: Ökonometrie I - Zahlenfetischismus oder Prognoseinstrument, Die Wirtschaftswoche, Jg. 25 (1971), Heft 42, S. 43.

3 FAIR, R.C., a.a.O., S. 155.

4 Vgl. zu dieser Definition auch POIRIER, D.J.: The Econometrics of Structural Change, Amsterdam, New York, Oxford 1976, S. 107.

Im Hinblick darauf, daß die Strukturkonstanz mit Hilfe von Testverfahren überprüft werden soll, ist es darüberhinaus notwendig, die Parameter der Verteilung der Störvariablen in die Stabilitätsdefinition aufzunehmen.

Damit gelangt man zu folgender Definition: Ein ökonometrisches Strukturmodell wird dann als strukturstabil bezeichnet, wenn sich sowohl die Koeffizienten der beobachtbaren Variablen als auch die Parameter der Verteilung der (nicht beobachtbaren) Störvariablen im Beobachtungs- und Prognosezeitraum nicht systematisch verändern.

An dieser Definition wird ein Problem deutlich, das sich bei dem Versuch ergibt, die Stabilitätsannahme zu überprüfen. Da die Strukturparameter des "wahren" Modells nicht bekannt sind, kann ihre Stabilität auch nicht beurteilt werden. Ansatzpunkte dafür bieten lediglich die aus den Beobachtungswerten ermittelten Schätzwerte. Damit hängt aber die Möglichkeit der Überprüfung sehr stark von der Spezifikation des Modells ab. Wie im Kap. 3 gezeigt wird, können bestimmte Formen der Fehlspezifikation zu instabilen Schätzwerten führen, auch wenn für das "wahre" Modell die Stabilitätsannahme erfüllt ist. Auf der anderen Seite bieten aber damit noch darzustellende Tests auf Stabilität der geschätzten Struktur die Möglichkeit, Fehlspezifikationen zu erkennen und evtl. zu beseitigen. Zwar ist wohl jedes Modell in gewissem Maße fehlspezifiziert; es kommt dann darauf an, eine Struktur zu finden, die der "wahren" möglichst nahe kommt. Erst wenn hier keine Verbesserungen mehr vorgenommen werden können, kann über den Test auf Instabilität der "wahren" Struktur

geschlossen werden. Dabei ist anzunehmen, daß für kurze Beobachtungsbereiche die Stabilitätsannahme häufig gerechtfertigt sein wird, während dies für lange Zeiträume unwahrscheinlich ist.

2.3 Beziehungen zwischen Spezifikation, Identifikation und Stabilität

Mangelnde zeitliche Stabilität einer geschätzten Struktur kann allgemein darauf zurückzuführen sein, daß bestimmte, systematisch auf die abhängige(n) Variable(n) wirkende Einflüsse nicht oder nicht ausreichend im Modell erfaßt sind. Es erscheint dann naheliegend, die Stabilität dadurch zu erhöhen, daß möglichst viele erklärende Variablen in das Modell aufgenommen werden¹. Diese Vorgehensweise führt aber zu zwei grundlegenden Schwierigkeiten².

Die eine besteht darin, daß eine große Zahl von Parametern geschätzt werden muß. Oft reicht aber bei empirischen Untersuchungen die Zahl der Beobachtungen dazu nicht aus. Der Umfang der Stichprobeninformation genügt nicht, um die bedingte(n) Verteilung(en) der abhängigen Variablen genau zu schätzen.

Die zweite Schwierigkeit bezieht sich auf den Informationsgehalt eines Modells, das so viele erklärende Variablen enthält. Das Modell ist so allge-

1 MENGES, G.: Die ökonometrische Struktur ..., a.a.O., S. 995.

2 Vgl. CHRIST, C.F.: Econometric Methods and Models, New York, London, Sydney 1967, S. 299 f.

mein, daß eine Vielzahl von Hypothesen mit den Daten und mit dem Modell konsistent sein kann. Formal bedeutet dies, daß zwei verschiedene numerische Strukturen zu genau den gleichen Konsequenzen hinsichtlich der Verteilung der beobachtbaren Variablen führen. Solche Strukturen werden als äquivalent bezeichnet. "Da aber bei gegebenen vorherbestimmten Variablenwerten die abhängigen Variablen die einzig beobachtbaren Variablen sind - die Störvariablen wurden ja als nicht direkt beobachtbar (als latent) angenommen -, lassen sich zwei äquivalente Strukturen empirisch nicht auseinanderhalten"¹.

Der hier angedeutete Sachverhalt wird als Identifikationsproblem bezeichnet². Allgemein kann man sagen, daß die Strukturgleichungen eines Modells und damit die gesamte Struktur umso eher identifizierbar sind, je mehr Erklärungsfaktoren, die im gesamten Modell enthalten sind, aus der betrachteten Strukturgleichung ausgeschlossen werden. Man spricht hier auch manchmal von "Identifikationsparadoxon"³.

Damit deutet sich ein Antagonismus an zwischen der Spezifikation einerseits und der Identifizierbarkeit sowie der Schätzgenauigkeit andererseits⁴. Verringert

1 SCHNEEWEISS, H.: Ökonometrie, 2. verb. u. erw. Aufl., Würzburg, Wien 1974, S. 261.

2 Dabei ist hier in erster Linie die "logische Dimension" des Identifikationsproblems angesprochen. "Das Problem der Identifizierbarkeit ist allgemeiner und nicht auf die Ökonometrie beschränkt. Werden zwei verschiedene Theorien zur Erklärung desselben empirischen Sachverhalts angeboten und stimmen beide Theorien in ihren empirisch nachprüfbaren Konsequenzen logisch völlig überein, dann kann zwischen ihnen auf empirischem Wege nicht entschieden werden". (SCHNEEWEISS, H., a.a.O., S. 260)

3 Siehe etwa KOUTSOYIANNIS, A.: Theory of Econometrics, 2. Aufl., London 1976, S. 339.

4 Vgl. dazu auch MENGES, G.: Die ökonometrische Struktur ..., a.a.O., S. 997.

man durch a priori eingeführte Nullrestriktionen die Zahl der vorherbestimmten Variablen in den einzelnen Gleichungen, so steigt dadurch ceteris paribus die Chance, identifizierbare Strukturgleichungen (beispielsweise gemessen am Abzählkriterium) zu erhalten. Gleichzeitig erhöht sich - bei gegebener Anzahl von Beobachtungswerten - die Schätzgenauigkeit. Andererseits können die Nullrestriktionen zu Fehlspezifikation inbezug auf eine - zugegebenermaßen in der Regel unbekannte - "wahre" Struktur führen. Will man diese Gefahr durch die Berücksichtigung einer größeren Zahl von erklärenden Faktoren verringern, so benötigt man u. U. längere Reihen von Beobachtungswerten. Eine noch so große Zahl von Beobachtungswerten kann aber die Unteridentifikation eines Gleichungssystems nicht beseitigen. Außerdem besteht bei der Verlängerung des Beobachtungszeitraumes die Gefahr, daß die numerischen Werte der Koeffizienten nicht mehr konstant sind. Offenbar wird also die Möglichkeit, zeitlich stabile Koeffizienten zu beobachten, eingeschränkt durch eine Reihe von Problemen, die sich beim Aufstellen und Schätzen des Modells ergeben und zwischen denen außerdem noch Wechselwirkungen bestehen. Diese Probleme in den Bereichen der Spezifikation, Identifikation und Schätzgenauigkeit führen dazu, daß ein Optimum an Strukturkonstanz nur um den Preis eines geringeren Zielerreichungsgrades in einem der anderen Problembereiche verwirklicht werden kann¹.

2.4 Beziehungen zwischen Autonomie und Stabilität

Die Formulierung ökonometrischer Modelle stellt den Versuch dar, die interdependenten Zusammenhänge zwischen den ökonomischen Größen bis zu einem gewissen Grade aufzulösen und durch vereinfachte

1 In Analogie zur Physik bezeichnet MENGES diese Beziehungen als Unschärferelation. Vgl. MENGES, G.: Die ökonometrische Struktur ..., a.a.O., S. 1000 f.

funktionale Beziehungen darzustellen. Dazu werden Wirtschaftseinheiten zusammengefaßt, die 'gleiche oder ähnliche Entscheidungen zu treffen haben, oder es werden Sektoren gebildet, die gleichen technologischen und institutionellen Bedingungen unterliegen. Die Strukturgleichungen für die Wirtschaftseinheiten bzw. Sektoren sind dabei vom "stimulus-response" Typ¹, d. h. sie geben an, welche Reaktion der abhängigen Variablen auf eine Veränderung der Erklärungsfaktoren der betreffenden Gleichung erfolgt. Eine solche Aussage ist aber nur möglich, wenn die Reaktion der abhängigen Variablen von Veränderungen der übrigen im Modell enthaltenen Erklärungsfaktoren weitgehend unbeeinflusst ist. Weist eine strukturelle Gleichung diese Eigenschaft auf, so bezeichnet man sie als autonom². Autonomie liegt beispielsweise dann vor, wenn der Effekt einer prädeterminierten Variablen X_j ($j=1, \dots, K$) auf die zu erklärende Variable Y_g nur von dem betreffenden strukturellen Koeffizienten γ_{gj} abhängt. Der Grad der Autonomie einer Gleichung wird dadurch bestimmt, inwieweit es gelingt, das System aus Gleichungen aufzubauen, die tatsächlich die grundlegenden Zusammenhänge beschreiben und nicht mehr auf andere, "more basic"³ Gleichungen zurückgeführt werden können. "That is not a problem of mathematical independence or the like; more generally, it is not a problem of pure logic, but a problem of actually *knowing something* about real phenomena, and of making realistic assumptions about them."⁴

1 WOLD, H.: Causality and Econometrics, *Econometrica*, Vol. 22 (1954), S. 66.

2 Der Ausdruck wurde von R. FRISCH geprägt. Vgl. dazu: HAAVELMO, T.: The Probability Approach in Econometrics, Supplement zu *Econometrica*, Vol. 12 (1944), S. 26 ff.

3 HAAVELMO, T.: The Probability Approach ..., a.a.O., S. 29.

4 Ebenda

Nicht grundlegende, sondern abgeleitete Gleichungen im obigen Sinn sind inbezug auf ein gegebenes Gleichungssystem die Gleichungen der reduzierten Form¹. Abgesehen von ihrer Stellung in einigen Schätzverfahren kommt der reduzierten Form in erster Linie bei der Durchführung von Prognosen für die Werte der gemeinsam abhängigen Variablen Bedeutung zu. Die Koeffizienten der reduzierten Form messen den gesamten Effekt einer prädeterminierten Variablen auf die jeweilige abhängige Variable, also den direkten Effekt und die indirekte Wirkung, die sich aus den Interdependenzen des Modells ergibt. Aus diesem Sachverhalt folgt eine enge Verbindung zwischen dem Autonomiegrad einer Gleichung und der Stabilität der Koeffizienten.

Die Strukturgleichungen haben, wenn sie grundlegende Beziehungen im oben erläuterten Sinn darstellen, einen relativ hohen Grad an Autonomie. "Das heißt, ändert sich aufgrund irgendwelcher äußerer Einflüsse ein Parameter in einer der Strukturgleichungen oder treten neue Variablen in diese Gleichung hinzu, dann hat das im allgemeinen keinen Einfluß auf die Gültigkeit der übrigen Gleichungen, die also zumeist unverändert weiter bestehen werden."²

Dies gilt dagegen nicht für die Gleichungen der reduzierten Form. Jeder Koeffizient der reduzierten Form stellt ein Konglomerat aus mehreren (manchmal allen) Koeffizienten der strukturellen Form dar.

1 Die reduzierte Form entsteht bekanntlich dadurch, daß die Strukturgleichungen nach den gemeinsam abhängigen Variablen aufgelöst werden.

2 SCHNEEWEISS, H.: Ökonometrie, a.a.O., S. 255.

Die Änderung eines strukturellen Koeffizienten beeinflusst in der Regel mehrere (manchmal alle) Koeffizienten der reduzierten Form. Wird von der Stabilitätsannahme ausgegangen, obwohl sie für einen (oder einige) der strukturellen Koeffizienten nicht gegeben ist, so können Prognosen oder Beurteilungen wirtschaftspolitischer Maßnahmen unter Verwendung der reduzierten Form zu beträchtlichen Fehleinschätzungen führen. Bei Vorliegen struktureller Änderungen ist es deshalb notwendig, die veränderte Strukturform zu bestimmen und aus ihr die veränderte reduzierte Form abzuleiten¹.

2.5 Zusammenfassung

Das Problem der Strukturstabilität steht in enger konkurrierender Beziehung zu den Fragen der Spezifikation und der Schätzgenauigkeit ökonometrischer Modelle. In der praktischen Arbeit müssen zwischen diesen Problem-bereichen Kompromisse geschlossen werden. Die Möglichkeit, solche Kompromisse zu finden, wird von MENGES relativ optimistisch beurteilt²:

1 Der unterschiedliche Autonomiegrad von strukturellen und reduzierten Gleichungen hat auch Auswirkungen auf die Güte der einzelnen Schätzverfahren. Die Auswirkungen sind theoretisch im einzelnen nur schwer zu bestimmen. Einige Monte-Carlo Untersuchungen lassen aber Aufschlüsse darüber zu, wie durch Fehlspezifikation hervorgerufene Instabilität der Strukturgleichungen sich auf die Schätzwerte bei Verwendung unterschiedlicher Schätzverfahren auswirkt. Siehe dazu CRAGG, J.G.: Some Effects of Incorrect Specification on the Small-Sample Properties of Several Simultaneous-Equation Estimators, International Economic Review, Vol. 9 (1968), S. 63-86, und derselbe, Small-Sample Performances of Various Simultaneous-Equation Estimators in Estimating the Reduced Form, Metroeconomica, Vol. 19 (1967), S. 77-93.

2 MENGES, G.: Die ökonometrische Struktur ..., a.a.O., S. 997 f.

"In Wahrheit ist die ökonometrische Struktur natürlich in der Regel nicht konstant, und empirische Untersuchungen zeigen, daß ökonometrische Strukturen höchst inkonstant in der Zeit sein können. Aber ich glaube nicht, daß diese Erfahrung Grund zur Resignation gibt. Ich stehe nicht an zu behaupten, daß zeitinvariante Strukturen existieren und daß es die *Kunst der Ökonometrie* ist, sie zu finden, oder doch Strukturen zu finden, die für einen längeren Zeitraum "wahr" sind.

Wenn - sagen wir - eine ökonometrische Makrostruktur, die eine gute Erklärung für den Zeitraum 1950-1960 geliefert hat, sich im Jahre 1961 einer wesentlich geänderten *tatsächlichen* Wirtschaftsstruktur gegenüberstellt, ist das ihr zugrunde liegende Modell eben ein schlechtes Modell. Und die Konsequenz kann weder darin bestehen, die ökonometrische Forschungsweise in toto auf die Anklagebank zu ziehen (wie es angesichts ökonometrischer Fehlprognosen getan worden ist), noch darin, auf die Verhältnisse zu schimpfen, die sich anders entwickelt haben, als der Struktur des Modells entsprach, sondern m. E. nur darin, bessere Modelle zu bauen."

Mit der Forderung nach "besseren Modellen" ist wohl in erster Linie die Forderung nach besserer Spezifikation gemeint, nach einer Spezifikation, die Strukturkonstanz so weit wie möglich gewährleistet. Wie schon erwähnt, kann die Erfüllung dieser Bedingung aber nur anhand der Schätzwerte überprüft werden. Im folgenden Kapitel soll deshalb zunächst dargestellt werden, wie bestimmte Formen der Fehlspezifikation die Stabilität der Schätzwerte beeinflussen können. Im darauf folgenden vierten Kapitel werden Testverfahren behandelt, die eine Überprüfung der Stabilitätsbedingung ermöglichen.

Die bisherige allgemeine Darstellung bezog sich auf Mehrgleichungsmodelle. Die folgenden Ausführungen behandeln nur noch den Spezialfall des Eingleichungsmodells und nehmen entsprechend bezug auf ein Eingleichungs-Schätzverfahren, nämlich die einfache Methode der Kleinsten Quadrate (KQ). Dies erscheint insofern gerechtfertigt,

als KQ immer noch das am häufigsten angewandte Schätzverfahren ist und außerdem auch bei Mehrgleichungsmodellen die Überprüfung der Strukturkonstanz (von Ausnahmen abgesehen) nur für die einzelnen Gleichungen vorgenommen werden kann. Das Schwergewicht der Betrachtung liegt auf der Stabilität der Parameter der erklärenden Variablen. Die Verteilungsparameter der Störvariablen werden nur gelegentlich angesprochen.

3 Mögliche Ursachen fehlender Strukturkonstanz

3.1 Vorbemerkungen

Nachdem die Strukturparameter eines ökonometrischen Modells geschätzt worden sind, ist zu überprüfen, ob die a priori getroffenen Annahmen erfüllt sind. Angenommen, unter Verwendung eines hier noch nicht näher beschriebenen Verfahrens¹ komme man zu dem Ergebnis, daß die Stabilitätsbedingung nach der im Abschnitt 2.2.2 gegebenen Definition nicht erfüllt ist. Es lassen sich dann für diese Erscheinung allgemein drei Ursachenkomplexe unterscheiden.

Zunächst ist es möglich, daß sich das tatsächliche wirtschaftliche Geschehen nicht nach festen, deterministischen Gesetzmäßigkeiten abspielt, wie sie in der Form des Modells unterstellt werden, sondern daß völlig unregelmäßige (rein stochastische) oder stochastisch-statistische Beziehungen vorliegen. Die reine Stochastizität würde sich konkret darin äußern, daß die Parameterwerte von Beobachtungswert zu Beobachtungswert zufällig schwanken. Stochastisch-statistische Abhängigkeiten liegen dann vor, wenn die Koeffizientenwerte sich zwar ändern, wenn die Veränderungen aber einem Wahrscheinlichkeitsgesetz folgen, dessen Parameter unter bestimmten Voraussetzungen geschätzt und zur Prognose verwendet werden können².

1 Hier kommt beispielsweise eine der im Abschnitt 2.1 ange-deuteten Vorgehensweisen in Betracht.

2 Diese Problem wird etwa diskutiert in ROSENBERG, B.: A Survey of Stochastic Parameter Regression, Annals of Economic and Social Measurement, Vol. 2 (1973), S. 381-397 und BELSLEY, D.V., KUH, E.: Time-Varying Parameter Structures: An Overview, Annals of Economic and Social Measurement, Vol. 2 (1973), S. 375-379.

Stellt man das Vorliegen deterministischer Beziehungen zur Diskussion, so ist damit die Frage nach der grundsätzlichen Existenz sozioökonomischer Gesetzmäßigkeiten verbunden. Daneben ist aber auch das Problem angesprochen, daß evtl. vorhandene Regelmäßigkeiten durch eine Änderung der Rahmenbedingungen aufgehoben oder modifiziert werden können. Solche nur abschnittsweise stabilen Beziehungen lassen dann von ihrem beobachtbaren Erscheinungsbild her eher stochastische Zusammenhänge vermuten.

Der zweite Ursachenkomplex betrifft die Schwierigkeiten, die zwischen der ökonomischen Theorie und dem ökonometrischen Modell angesiedelt sind. In dieser - allgemein als Spezifikation bezeichneten - Phase der Umsetzung einer aus theoretischen Überlegungen gewonnenen Hypothese in ein schätzbares Modell tritt eine Fülle von Problemen auf, die dazu führen kann, daß - wahrscheinlich in der Mehrzahl der Fälle - ein Modell verwendet wird, das dem eigentlichen Untersuchungsgegenstand nicht angemessen - also fehlspezifiziert - ist. Das Augenmerk des Ökonometrikers muß deshalb wohl mehr auf Ausmaß und Art der Fehlspezifikation und nicht so sehr auf ihr Vorliegen an sich gerichtet sein.

Als dritter Ursachenkomplex sind die Probleme zu nennen, die darin bestehen, daß die ökonometrisch untersuchten Abhängigkeiten in den meisten Fällen Beziehungen zwischen makroökonomischen Größen betreffen. Das verwendete Datenmaterial ist dementsprechend - zum Teil sehr stark - aggregiert. Auf der Mikroebene möglicherweise bestehende stabile Gesetzmäßigkeiten lassen sich dann unter Umständen nicht mehr beobachten sondern sie werden durch die Aggregation verwischt.

Die drei Ursachenkomplexe sollen im folgenden untersucht werden. Da bei Nichtexistenz von Gesetzmäßigkeiten eine ökonometrische Behandlung von vornherein nicht sinnvoll erscheint, wird das Schwergewicht der Darstellung auf den Bereichen der Fehlspezifikation und der Aggregation liegen. Es wird zu zeigen versucht, wie bestimmte Formen der Fehlspezifikation und der Aggregation zu zeitlich instabilen Schätzwerten für die Koeffizienten führen können. Dabei ist schon jetzt darauf hinzuweisen, daß nicht alle denkbaren Fälle behandelt werden und daß die Grenzen zwischen den dargestellten Beispielen mehr oder weniger fließend sind.

3.2 Stabile Gesetzmäßigkeiten oder generelle Instabilität

3.2.1 Die allgemeine Problematik der Stabilitätsannahme bei ökonomischen Zusammenhängen

Die Berechtigung ökonometrischer Untersuchungen hängt stark von der Beantwortung der Frage ab, ob es im Rahmen der Wirtschafts- (und Sozial-) wissenschaften allgemein gültige Gesetzmäßigkeiten gibt oder geben kann. Dies würde bedeuten, daß Relationen zwischen bestimmten Größen unabhängig von Raum, Zeit und Milieu konstant sind.

Die Diskussion um diese Frage scheint sich häufig am Gesetzesbegriff der Naturwissenschaften orientiert zu haben. Die Unterschiede zwischen den beiden Disziplinen sind aber wohl so gravierend, daß man sie nicht mit den gleichen Denkkategorien angehen kann¹. Wirtschafts- und Sozialwissenschaften sehen sich grundsätzlich anderen Erfahrungsobjekten gegenüber.

So äußern sich in den sozio-ökonomischen Vorgängen letztlich menschliche Verhaltensweisen. Diese unterliegen aber nur in Ausnahmefällen festen Mustern. Seien es die Individualentscheidungen von Konsumenten und Investoren oder die Entscheidungen der Politiker und Wirtschaftspolitiker - keine ihrer Handlungen läßt sich a priori verhaltensgesetzlich erfassen. "Selbst wenn sich jeder einzelne von ihnen in seiner politischen Potenz halbwegs 'vorausschätzen' ließe: Auf keinen Fall vorausbestimmen ließen sich die Ergebnisse ihres 'Zusammenwirkens' in Parlamenten, Parlamentsausschüssen usw. Die Einsicht, daß dies 'grundsätzlich', z. B. unter Zuhilfenahme spieltheoretischer Denkweisen, möglich wäre, kann nicht davon abhalten, deren pragmatischen Kontrapunkt realistisch zu sehen: Daß gruppenpsychologisches Geschehen unter praktischprognostischem Aspekt viel zu kompliziert ist, um als erfaßbar und prognostizierbar gelten zu können."²

1 Vgl. dazu CLAUSS, F.J.: Unbestimmbarkeit in Natur- und Sozialwissenschaften. Vom Unterschied zwischen naturwissenschaftlicher und sozialwissenschaftlicher Forschungslogik, skizziert an elementaren Problemen weltwirtschaftlicher Konjunktur- und Wachstumsforschung, IFO-Studien, 18. Jg. (1972), S. 445 ff.

2 Ebenda, S. 456.

Als weitere Eigenart der sozio-ökonomischen Forschungsweise ist der nicht-experimentelle Charakter der Untersuchungen zu nennen. Keine Situation, keine Folge von Handlungsabläufen und keine Datenkonstellation ist genau reproduzierbar. Auswirkungen von bestimmten Änderungen können höchstens der Tendenz nach an früheren Vorgängen gemessen werden. Dadurch wird eine exakte Formulierung und Überprüfung von Gesetzmäßigkeiten, selbst wenn es sie gäbe, nahezu unmöglich gemacht.

Schließlich darf die Problematik nicht übersehen werden, die mit den Größen verbunden ist, die bei empirischen Arbeiten als Daten bezeichnet werden.

Der Wirtschaftstheoretiker, der eine Hypothese und ein ihr entsprechendes Modell formuliert, hat eine mehr oder weniger genaue theoretische Vorstellung von den Phänomenen, die sein Modell beschreiben soll. Diese Phänomene selbst sind aber nicht beobachtbar sondern nur ihre empirischen Realisationen. Ein zwischen den Phänomenen theoretisch angenommener Zusammenhang kann also nur anhand der Realisationen quantifiziert und überprüft werden. Es ist aber fraglich, ob durch die Beobachtungen genau das gemessen wird, was theoretisch als Inhalt und Wirkung der Phänomene angesehen wird. "Da die Messung wie die Erhebung stets stochastische, mit 'Rauschen' behaftete Kanäle [der Informationsübertragung, Anm. d. Verf.] sind, bleibt das 'wahre' Phänomen prinzipiell unbekannt."¹ Diese Unsicherheit hat drei wesentliche Ursachen: a) zufällige Meßfehler, b) systematische Meß- bzw. Erhebungsfehler und c) die (besonders in den Sozialwissenschaften) "... unüberwindliche Diskrepanz

1 MENGES, G., SKALA, H.J.: Grundriß der Statistik, Teil 2: Daten, ihre Gewinnung und Verarbeitung, Opladen 1973, S. 28 ff.

zwischen dem Phänomen, das durch den Idealtypus oder Modellbegriff repräsentiert wird und dem meßbaren statistischen Gattungsbegriff."¹

Für die Überprüfung von Gesetzmäßigkeiten ergibt sich daraus die Konsequenz, daß Theorien, die mit den beobachteten Daten nicht übereinstimmen, nicht mit Sicherheit zurückgewiesen werden können. Es bleibt die Möglichkeit, daß die Theorien mit Daten konfrontiert werden, die ihrem Inhalt nicht entsprechen².

Es lassen sich also in diesem Zusammenhang zwei Problemkreise unterscheiden, zum einen die Frage nach der grundsätzlichen Existenz naturgesetzähnlicher Regelmäßigkeiten in den Wirtschafts- und Sozialwissenschaften, zum anderen die Frage der empirischen Überprüfbarkeit solcher in Theorien gefaßter Gesetzmäßigkeiten. Die Tatsache, daß das wirtschaftliche Geschehen in zeitliche, räumliche und politische Zusammenhänge eingebettet ist, deren Indeterminiertheit schon angedeutet wurde, legt es nahe, von dem (manchmal erhobenen) hohen Anspruch auf naturgesetzliche Regelmäßigkeiten abzugehen zugunsten einer nicht zu kurzen aber doch begrenzten Zeitinvarianz der Beziehungen. Gelingt es der Ökonometrie, solche Zusammenhänge zu formulieren, so ist damit schon ein beträchtlicher Erkenntniswert verbunden. Da man aber von vornherein nicht weiß, über einen wie langen Zeitraum Strukturen als invariant angenommen werden können, erhält die Auswahl der Untersuchungsperiode und die nachträgliche Überprüfung der Invarianz der geschätzten Struktur besondere Bedeutung.

¹ MENGES, G., SKALA, H.J., a.a.O., S. 30. Vgl. auch CLAUSS, F.J., a.a.O., S. 463.

² Vgl. HAAVELMO, T.: The Probability Approach ..., a.a.O., S. 7.

3.2.2 Veränderungen der ökonomischen Rahmenbedingungen

Gerade die Möglichkeit nur abschnittsweise invarianter Beziehungen wirft für die Beobachtung besondere Probleme auf. Betrachtet man das Erscheinungsbild solcher Zusammenhänge anhand der beobachtbaren Variablen im Zeitablauf, so kann man leicht zu dem Ergebnis kommen, daß sich in diesen Erscheinungen kaum Gesetzmäßigkeiten äußern. Die Änderungen von Technik, institutionellen Gegebenheiten, individuellen und kollektiven Erwartungen, die (zusammen mit anderen Faktoren) die Rahmenbedingungen des ökonomischen Geschehens bilden, sind so vielfältig und folgen oft so schnell aufeinander, daß eher ein zufälliger als ein gesetzmäßiger Ablauf gegeben zu sein scheint¹.

Ein ökonometrisches Modell, das über einen Zeitraum sich ändernder Rahmenbedingungen formuliert wird, wird zu instabilen Schätzwerten im Sinne der Definition aus 2.2.2 führen, indem sich nämlich bei einer geringfügigen Variation des Stützbereichs erhebliche Veränderungen in den numerischen Werten der Koeffizienten ergeben. Dies ist darin begründet, daß unter den veränderten Bedingungen die dem Modell zugrundeliegenden Hypothesen nicht mehr gültig sind. Ein spezielles Beispiel hierfür beschreibt WOLD² wie folgt:

"Well, they [Gemeint sind in erster Linie einige der sehr stark disaggregierten amerikanischen Modelle. Anm. d. Verf.] use data from shorter or longer periods, but they do not distinguish

1 Probleme, die sich daraus für die Konstruktion ökonometrischer Modelle speziell in der Bundesrepublik ergeben haben, sind beschrieben bei KÖNIG, H.: Makroökonometrische Modelle: Ansätze, Ziele, Probleme, Schweizerische Zeitschrift für Volkswirtschaft und Statistik, 105. Jg. (1971), S. 550 f.

2 WOLD, H.: Problems of Macroeconomic Forecasting in the Light of Econometrics, AstA, Bd. 58 (1974), S. 35.

between the Keynesian period of steady economic growth and the post-Keynesian period of stagflation. It is very much the question whether we live in the same world now as we did 15 or 20 years ago. So here I put a question mark, whether these ambitious models really are operative - economic life has changed, and it is unclear to me whether it is permissible to pool the data since World War II and regard it as one uniform batch of data."

Veränderungen in den Rahmenbedingungen können abrupt erfolgen (beispielsweise bei Änderungen des Steuersystems), sie können sich aber auch kontinuierlich vollziehen, wenn z. B. solche Änderungen von den Wirtschaftseinheiten antizipiert werden und so eine allmähliche Anpassung erfolgt. Dementsprechend können auch die Veränderungen in den Koeffizienten abrupt und kontinuierlich vor sich gehen.

An dieser Stelle wird allerdings die Grenze zwischen den beiden Ursachenkomplexen für eine Instabilität der Koeffizienten fließend. Man kann nämlich die Antizipation von institutionellen Änderungen durch die Wirtschaftssubjekte als eigene Gesetzmäßigkeit ansehen. Durch die Aufnahme von Variablen, die diese Antizipation beschreiben, in das Modell könnte möglicherweise Stabilität der Koeffizienten erreicht werden. Ein Modell ohne Berücksichtigung dieser Variablen wäre dann fehlspezifiziert. Dies gilt ebenso für abrupte Änderungen, die evtl. durch Einführung einer Dummy-Variablen erfaßt werden könnten. Das eigentliche Problem besteht darin, die Wertezuweisung der (0,1)-Variablen zu den einzelnen Punkten des Schätzbereichs möglichst genau vorzunehmen. Dies ist gerade bei multiplen Zusammenhängen nicht immer einfach. Es ist deshalb nicht auszuschließen, daß ein großer Teil der bei Untersuchung der Schätzergebnisse feststellbaren Instabilitäten auf ungenügende Spezifikation des Modells zurückzuführen ist.

3.3 Verwendung eines nicht adäquaten Modells

3.3.1 Zur Problematik der Formulierung ökonometrischer Modelle

Bei empirischen Untersuchungen besteht fast immer das Problem, zwischen mehreren möglichen Modellen für den Prozeß, den man untersucht, zu wählen. Für die Formulierung eines ökonometrischen Modells, die Spezifikation, liefert die ökonomische Theorie in den meisten Fällen nur unzureichende Hinweise¹. Weder die Art und Zahl der aufzunehmenden erklärenden Faktoren noch die genaue Definition und Abgrenzung der einzelnen Variablen noch die Funktionalform² werden von der Theorie eindeutig vorgegeben. Dies hat auf vielen Gebieten zu einer großen Zahl alternativer und konkurrierender Erklärungsversuche geführt, die - gemessen an den üblichen Kriterien für Anpassung und Erklärungswert - alle als "gut" anzusehen sind³. Als Begründung dafür wird angeführt, daß alle diese Erklärungen einer zugrundeliegenden "wahren" Spezifikation mehr oder weniger ähnlich sind⁴.

Allgemein kann man sagen, daß eine gute Anpassung der Struktur an die Daten zwar eine wichtige Voraussetzung für eine fundierte Erklärung darstellt, daß

1 Es ist z. B. möglich, daß eine in der ökonomischen Theorie gebildete Hypothese durch verschiedene ökonometrische Ansätze abgebildet werden kann.

2 Eine Ausnahme bildet hier vielleicht die Produktionsfunktion.

3 Vgl. z. B. JORGENSON, D.W., HUNTER, J., NADIRI, I.: The Predictive Performance of Econometric Models of Quarterly Investment Behavior, *Econometrica*, Vol. 38 (1970), S. 213-224.

4 Ebenda, S. 215. Siehe auch RAU, R.: Ökonometrische Analyse der Ausgabearten des Privaten Verbrauchs, Schriftenreihe des Rheinisch-Westfälischen Instituts für Wirtschaftsforschung, N.F. Heft 35, Berlin 1975, S. 118 f.

aber zur genaueren Beurteilung des gewählten Ansatzes weitere Kriterien hinzugezogen werden sollten. Denn ein hoher Erklärungswert ist oft schon allein durch hohen Arbeitsaufwand inbezug auf die Zahl der untersuchten Spezifikationen zu erreichen¹.

Neben rein statistischen Kriterien sollten deshalb ökonomisch-theoretische Überlegungen bei der Auswahl der Schätzfunktionen eine bedeutende Rolle spielen. Die geschätzten Koeffizienten sollten z. B. bestimmte notwendige ökonomische Restriktionen erfüllen. Dabei kann es vorkommen, daß zwischen den statistischen Kriterien und der ökonomischen Plausibilität ein Widerspruch besteht. Welchem Beurteilungsmaßstab in einem solchen Fall der Vorrang zu geben ist, kann nicht allgemein festgelegt werden. Die Entscheidung kann von dem Zweck abhängig gemacht werden, für den das Modell konstruiert worden ist. Stehen prognostische Gesichtspunkte im Vordergrund, so mag den statistischen Gütekriterien größere Bedeutung beigemessen werden; soll das Modell zur Beschreibung und Erklärung bestimmter Zusammenhänge dienen, so erhält die ökonomische Plausibilität größeres Gewicht.

Die hiermit nur relativ kurz angedeuteten Schwierigkeiten bei der Formulierung ökonometrischer Modelle führen häufig zu Fehlspezifikationen.

Ein ökonometrisches Modell ist in sehr allgemeiner Form als Beschreibung der Wahrscheinlichkeitsverteilung einer bestimmten Zufallsvariablen (oder auch

¹ Dieser in der angelsächsischen Literatur als "data mining" bezeichnete Effekt wird genauer dargestellt bei JORGENSEN, D.W., HUNTER, J., NADIRI, I., a.a.O., S. 214 f.

mehrerer Variablen) durch Parameter und exogene Variablen bezeichnet worden¹. Inbezug auf eine gegebene Grundgesamtheit G wird ein Modell M als "wahr" bezeichnet, wenn die durch M gegebenen Verteilungseigenschaften für G in jedem Punkt des Schätz- und Prognosebereichs mit den Verteilungscharakteristiken von G übereinstimmen. Ein Spezifikationsfehler liegt entsprechend dann vor, wenn ein anderes als das "wahre" Modell zur Beschreibung der Verteilungseigenschaften von G verwendet wird². In einem strengen Sinn ist wahrscheinlich jedes Modell fehlspezifiziert; das Bestreben kann dann nur darauf gerichtet sein, eine Struktur zu erhalten, die der "wahren" möglichst nahe kommt³.

Der oben nur ganz allgemein definierte Spezifikationsfehler kann konkret in einer Anzahl verschiedener Formen auftreten. Die für praktische Problemstellungen wichtigsten Fälle sind wohl die Wahl einer falschen Funktionalform und Fehler bei der Auswahl der unabhängigen Variablen⁴. Die folgende Darstellung beschäf-

1 Vgl. S. 16.

2 Für eine ausführliche Diskussion der Begriffe "wahres Modell" und "Spezifikationsfehler" vgl. z. B. RAMSEY, J.B.: Classical Model Selection through Specification Error Tests. In: ZAREMBKA, P. (Ed.): *Frontiers in Econometrics*, a.a.O., S. 26 f.

3 Vgl. MENGES, G., DIEHL, H.: *Das Stabilitätsproblem ...*, a.a.O., S. 40.

4 Natürlich ist noch eine Reihe von anderen Fehlspezifikationen denkbar, z. B. bezüglich der Verteilungsannahmen für die Störvariablen und - bei Eingleichungsmodellen - bezüglich der Simultaneität. Vgl. dazu RAMSEY, J.B.: *Models, Specification Error, and Inference: A Discussion of Some Problems in Econometric Methodology*, *Bulletin of the Oxford University Institute of Economics and Statistics*, Vol. 32 (1970), S. 301-318 und RAMSEY, J.B.: *Tests for Specification Errors in Classical Linear Least-Squares Regression Analysis*, *JRSS, Ser. B*, Vol. 31 (1969), S. 350-371 sowie die in Fußnote 2 genannte Arbeit.

tigt sich mit den Auswirkungen dieser Spezifikationsfehler auf die zeitliche Stabilität der Parameterschätzwerte¹.

Die Übertragung eines mikroökonomischen Modells auf eine makroökonomische Beziehung durch Aggregation kann ebenfalls einen Spezifikationsfehler darstellen. Auch für diesen Fall werden die Auswirkungen auf die zeitliche Stabilität betrachtet.

Die Untersuchung wird vorgenommen mit dem u. a. von THEIL² verwendeten Instrumentarium der Spezifikationsfehleranalyse und unter Berücksichtigung bestimmter Rekursionsformeln zur Durchführung von Matrizeninversionen³.

1 Zur Erläuterung diene folgendes Beispiel: Die als "wahr" unterstellte Regressionsbeziehung habe die Form $Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t Z_t + \beta_3 X_t^2 + v_t$. Aus den o. g. Gründen werde zur

Schätzung der Ansatz $Y_t = \gamma_1 + \gamma_2 X_t + u_t$ verwendet. Für die

"wahre" Reaktion von Y_t auf Änderungen von X_t gilt

$\frac{\partial Y_t}{\partial X_t} = \beta_2 Z_t + 2\beta_3 X_t$. Die Reaktion ist also keine Konstante,

sondern sie variiert mit der ausgelassenen Variablen Z_t und mit dem Niveau von X_t .

2 THEIL, H.: Specification Errors and the Estimation of Economic Relationships, Review of the International Statistical Institute, Vol. 25 (1957), S. 41-51.

3 BARTLETT, M.S.: An Inverse Matrix Adjustment Arising in Discriminant Analysis, Annals of Mathematical Statistics, Vol. 22 (1951), S. 107-111. Vgl. dazu den Anhang A.1.

3.3.2 Auswirkung von Fehlern bei der Bestimmung der Funktionalform der unabhängigen Variablen

Es ist schon darauf hingewiesen worden, daß bei empirischen Untersuchungen oft keine genauen Anhaltspunkte für die Auswahl der Funktionalform vorliegen. In den meisten Fällen wird dann (aufgrund mangelnder Information und aus praktisch-rechentechnischen Gründen) eine lineare¹ Beziehung angenommen.

Der Regressionsansatz, der zur Schätzung verwendet werde laute

$$y = X\beta + u . \quad (3.1)$$

Dabei bezeichnet y den $(Tx1)$ -Vektor der abhängigen Variablen, X die (TxK) -Matrix der erklärenden Variablen², β den $(Kx1)$ -Vektor der Regressionskoeffizienten und u den $(Tx1)$ -Vektor der zufälligen Störvariablen.

Der KQ-Schätzwert für den Koeffizientenvektor β lautet dann³

$$b = (X'X)^{-1}X'y . \quad (3.2)$$

Abweichend von (3.1) laute der "wahre" Ansatz für den betrachteten Zusammenhang jedoch

$$y = Z\gamma + v . \quad (3.3)$$

-
- 1 Die Betrachtung beschränkt sich auf die Frage der Linearität in den Regressoren. Von Linearität in den Parametern wird weiterhin ausgegangen.
 - 2 Zur Vereinfachung der folgenden Ableitungen wird hier nicht explizit unterschieden zwischen den "echten" erklärenden Variablen und der "Scheinvariablen", die bei einem Modell mit Absolutglied die erste Spalte der X -Matrix bildet und immer den Wert 1 hat. Die Unterscheidung ist für die formale Darstellung unerheblich, müßte aber bei der Interpretation der Ergebnisse strenggenommen jeweils berücksichtigt werden.
 - 3 Hier und im folgenden werden die "wahren" Parameter mit griechischen Buchstaben, die KQ-Schätzwerte mit den entsprechenden lateinischen Buchstaben bezeichnet.

Die Bedeutungen und die Dimensionen der Matrizen und Vektoren entsprechen denen in (3.1). Für die beiden Ansätze (3.1) und (3.3) werden folgende Annahmen getroffen:

- (1) Die Matrizen X und Z haben vollen Rang K .
- (2) Die Störvariablen des "wahren" Ansatzes (3.3) sind bei gegebener Matrix Z $N(0, \sigma^2 I_T)$ verteilt und von Z unabhängig.
- (3) Für die Elemente des Koeffizientenvektors γ des "wahren" Ansatzes (3.3) ist die Annahme der zeitlichen Stabilität erfüllt.

Außerdem wird von nichtstochastischen erklärenden Variablen ausgegangen.

Der Zusammenhang zwischen den Ansätzen (3.1) und (3.3) sei dadurch gegeben, daß jedes Element der Matrix Z eine nichtlineare Transformation des entsprechenden Elementes von X ist¹, daß also gilt $z_{tj} = f_j(x_{tj})$, $t=1, \dots, T$; $j=1, \dots, K$.

Man kann auch annehmen, daß für jedes t ($t=1, \dots, T$) z_{tj} eine Kombination mehrerer x_{tj} ($j=1, \dots, K$) darstellt.

Nach Einsetzen von (3.3) in (3.2) und Erwartungswertbildung erhält man

$$E(b) = (X'X)^{-1} X'Z\gamma \quad (3.4)$$

oder

$$E(b) = P\gamma \quad (3.5)$$

¹ Ausgangspunkt für diese Form der Untersuchung ist die Darstellung bei RAMSEY, J.B.: Tests for Specification Error ..., a.a.O., S. 353.

P in (3.5) ist eine $(K \times K)$ -Matrix, die die Koeffizienten von Regressionen der erklärenden Variablen des "wahren" Modells auf die erklärenden Variablen des fehlspezifizierten Modells enthält¹. Die Spezifikationsverzerrung² B des Schätzwertes b gegenüber dem "wahren" Parameter γ beträgt dann

$$B(b) = (P-I)\gamma . \quad (3.6)$$

I bezeichnet dabei eine Einheitsmatrix geeigneter Dimension. Gleichung (3.6) stellt das bekannte Ergebnis der Spezifikationsfehleranalyse dar.

In Erweiterung dieser Analyse werden nun zur Untersuchung der Auswirkung der Fehlspezifikation auf die zeitliche Stabilität der Regressionskoeffizienten zwei Stützbereiche zur Schätzung der Koeffizienten unterschieden, der Stützbereich T mit $t=1, \dots, T$ und der Stützbereich $T+\tau$ mit $t=1, \dots, T, T+1, \dots, T+\tau$. Zur Kennzeichnung des jeweiligen Stützbereichs werden die Matrizen und Vektoren mit T bzw. $T+\tau$ indiziert. Als Differenz ergibt sich der Stützbereich $T+\tau-T$ mit dem Index τ . Zur Vereinfachung wird außerdem $(X'X)^{-1} = S^{-1}$ gesetzt.

Die Schätzgleichungen (3.2) für die Stützbereiche

1 Diese Regressionen werden auch als Hilfsregressionen bezeichnet. Vgl. etwa THEIL, H.: Specification Errors ..., a.a.O., S. 43. Sie haben keine inhaltliche Bedeutung.

2 Besteht keine Unabhängigkeit zwischen den fehlspezifizierten erklärenden Variablen und der Störvariablen v , so ist dieses Ergebnis nur asymptotisch und auch hier nur unter bestimmten Bedingungen gültig. Vgl. dazu DHRYMES, P.J.: Econometrics. Statistical Foundations and Applications, New York, Evanston, London 1970, S. 227 f.

T und T+τ lauten dann

$$b_T = S_T^{-1} X_T' Y_T \quad (3.7a)$$

bzw.

$$b_{T+\tau} = S_{T+\tau}^{-1} X_{T+\tau}' Y_{T+\tau} \quad (3.7b)$$

und analog (3.4)

$$E(b_T) = S_T^{-1} X_T' Z_T \gamma \quad (3.8a)$$

bzw.

$$E(b_{T+\tau}) = S_{T+\tau}^{-1} X_{T+\tau}' Z_{T+\tau} \gamma. \quad (3.8b)$$

Unter Verwendung der im Anhang A.1 angegebenen Rekursionsformel für inverse Matrizen kann man (3.8b) umformen zu

$$E(b_{T+\tau}) = \left[S_T^{-1} - S_T^{-1} X_T' D_{\tau}^{-1} X_T S_T^{-1} \right] X_{T+\tau}' Z_{T+\tau} \gamma \quad (3.9)$$

mit

$$D_{\tau} = \left[I_{\tau} + X_{\tau} S_T^{-1} X_{\tau}' \right].$$

Der Ausdruck außerhalb der Klammer in (3.9) läßt sich zerlegen in

$$X_{T+\tau}' Z_{T+\tau} \gamma = X_T' Z_T \gamma + X_{\tau}' Z_{\tau} \gamma. \quad (3.10)$$

Aus (3.9) und (3.10) erhält man durch Ausmultiplizieren

$$\begin{aligned} E(b_{T+\tau}) &= S_T^{-1} X_T' Z_T \gamma + S_T^{-1} X_\tau' Z_\tau \gamma \\ &\quad - S_T^{-1} X_\tau' D_\tau^{-1} X_\tau S_T^{-1} X_T' Z_T \gamma \\ &\quad - S_T^{-1} X_\tau' D_\tau^{-1} X_\tau S_T^{-1} X_\tau' Z_\tau \gamma. \end{aligned} \quad (3.11)$$

Unter Verwendung von (3.8a) und nach Ausklammern von $S_T^{-1} X_\tau' D_\tau^{-1}$ erhält man

$$\begin{aligned} E(b_{T+\tau}) &= E(b_T) + S_T^{-1} X_\tau' D_\tau^{-1} \left[D_\tau Z_\tau \gamma - X_\tau S_T^{-1} X_T' Z_T \gamma \right. \\ &\quad \left. - X_\tau S_T^{-1} X_\tau' Z_\tau \gamma \right]. \end{aligned} \quad (3.12)$$

Setzt man für D_τ in der eckigen Klammer den Ausdruck aus (3.9) ein, ergibt sich

$$\begin{aligned} E(b_{T+\tau}) &= E(b_T) + S_T^{-1} X_\tau' D_\tau^{-1} \left[Z_\tau \gamma + X_\tau S_T^{-1} X_T' Z_T \gamma \right. \\ &\quad \left. - X_\tau S_T^{-1} X_\tau' Z_\tau \gamma \right. \\ &\quad \left. - X_\tau S_T^{-1} X_\tau' Z_\tau \gamma \right]. \end{aligned} \quad (3.13)$$

Nach Zusammenfassen und unter Berücksichtigung von (3.5) folgt

$$E(b_{T+\tau}) = E(b_T) + S_T^{-1} X_\tau' D_\tau^{-1} \left[Z_\tau - X_\tau P_T \right] \gamma. \quad (3.14)$$

Ausschlaggebend für die zeitliche Stabilität des Koeffizientenvektors b ist der Klammerausdruck in (3.14).

Wenn der Klammerausdruck gleich Null ist, verschwindet der zweite Summand und es gilt $E(b_{T+\tau}) = E(b_T)$. Der Klammerausdruck wird Null für $Z_\tau = X_\tau P_T$. Darin ist Z_τ die $(\tau \times K)$ -Matrix der erklärenden Variablen des "wahren" Modells für die Perioden $T+1, \dots, T+\tau$ und X_τ die $(\tau \times K)$ -Matrix der erklärenden Variablen des fehlspezifizierten Modells für den gleichen Bereich. Der Klammerausdruck ist dann gleich Null, wenn die Elemente z_{tj} ($t=T+1, \dots, T+\tau; j=1, \dots, K$) der Matrix Z_τ Linearkombinationen der Elemente der t -ten Zeile von X_τ sind, wobei die Elemente der j -ten Spalte von P_T die Gewichte bilden. Eine solche lineare Beziehung würde aber der ursprünglich getroffenen Annahme (S. 43) widersprechen, daß nämlich die z_{tj} nichtlineare Transformationen der entsprechenden Elemente von X sind. Es ist deshalb zu erwarten, daß der zweite Summand auf der rechten Seite von (3.14) von Null verschieden ist. Bei variierenden Werten für $\tau (\tau=1, 2, \dots)$ wird man also jeweils einen vom Vektor b_T der Ausgangsperiode T verschiedenen Schätzvektor $b_{T+\tau}$ erhalten.

3.3.3 Auswirkung von Fehlern bezüglich der aufgenommenen und nicht aufgenommenen erklärenden Variablen

Zur Verdeutlichung der im folgenden behandelten Probleme sei angenommen, eine als abhängig betrachtete Variable Y könne durch eine (theoretisch unendlich) große Anzahl von Einflußgrößen vollständig erklärt werden. Diese Einflußgrößen sollen aus zwei Gruppen bestehen:

- (1) Variablen, die meßbar sind und von denen angenommen wird, daß sie einen signifikanten Einfluß auf Y ausüben. Die Matrix dieser K Variablen X_j ($j=1, \dots, K$) für einen bestimmten Beobachtungszeitraum T ($t=1, \dots, T$) werde mit X_T bezeichnet;
- (2) Variablen, deren Einfluß auf Y als weniger bedeutend angesehen wird. Die Matrix dieser M ($l=1, \dots, M$) Variablen werde mit Z_T bezeichnet.

Man erhält folgenden (deterministischen)¹ Regressionsansatz

$$Y_T = X_T \beta + Z_T \gamma . \quad (3.15)$$

Nun ist es aus praktischen Gründen kaum möglich, alle diese Erklärungsfaktoren explizit in die Beziehung aufzunehmen. Außerdem tritt bei einer größeren Zahl von erklärenden Variablen sehr leicht eine hohe Multikollinearität auf. Darüber hinaus kann es - wie schon erwähnt - sein, daß einige der Größen nicht meßbar sind. Üblicherweise wird deshalb angenommen, daß die Wirkung der Größen in der zweiten Variablengruppe sich kompensieren und von der Matrix X unabhängig sind. Die Variablen können dann zu einer zufälligen Störgröße mit dem Erwartungswert Null und einer bestimmten Varianz σ^2 zusammengefaßt werden. Daraus ergibt sich folgender Regressionsansatz:

$$Y_T = X_T \beta + u_T . \quad (3.16)$$

¹ Es wird angenommen, daß die Variablenwerte meßfehlerfrei beobachtet werden.

Es ist nun möglich, daß der summarische Einfluß der mit Z_1 ($1=1, \dots, M$) bezeichneten Variablen¹ die genannten Voraussetzungen nicht erfüllt. Entweder können einzelne der durch Z_1 repräsentierten Größen einen bedeutenderen Einfluß ausüben als zunächst angenommen oder die Gewichte der einzelnen Wirkungen sind Schwankungen im Zeitablauf unterworfen. So ist es denkbar, daß einzelne dieser Variablen bis zu einem bestimmten Zeitpunkt (-raum) den Wert Null, danach einen von Null verschiedenen Wert annehmen. Andere Größen repräsentieren vielleicht technologische und institutionelle Gegebenheiten einer Volkswirtschaft. Bei sich ändernder Struktur der Wirtschaft ändert sich auch ihre Bedeutung mit einem entsprechenden Effekt auf u_T . Diese Veränderungen in den nicht explizit aufgenommenen Variablen können dazu führen, daß die Koeffizientenschätzwerte Schwankungen unterworfen sind.

Wegen der bereits angedeuteten Probleme bei der Auswahl der erklärenden Variablen kann es auch vorkommen, daß bei der Spezifikation einer oder mehrere der wichtigen Einflußfaktoren X_j nicht berücksichtigt werden¹. Dieser Fall und die Auswirkungen auf die Koeffizientenschätzwerte sind in der Literatur ausführlich behandelt². Ausgehend von den Ergebnissen dieser Fehlspezifikationsanalyse wird wiederum die Auswirkung auf die zeitliche Stabilität der Schätzwerte untersucht.

1 Formal bedeutet dies, daß der entsprechend Koeffizient gleich Null gesetzt wird.

2 Vgl. etwa THEIL, H.: Specification Errors ..., a.a.O., S. 41-51. Siehe auch THEIL, H.: Principles of Econometrics, a.a.O., S. 548 ff., KMENTA, J.: Elements of Econometrics, a.a.O., S. 392 f., SCHNEEWEISS, H.: Ökonometrie, a.a.O., S. 148 ff.

Die Form der Fehlspezifikation besteht in diesem Fall darin, daß anstelle des "wahren" Regressionsansatzes

$$y = x\beta^* + Z\gamma + v \quad (3.17)$$

der Ansatz (3.1) zur Schätzung verwendet wird¹. In (3.17) bezeichnet X die (TxK) -Matrix der in den Ansatz aufgenommenen erklärenden Variablen, während Z die (TxM) -Matrix der zwar für die Erklärung der abhängigen Variablen wichtigen, aber nicht berücksichtigten Einflußfaktoren darstellt. Die entsprechenden Parametervektoren lauten β und γ . Für die zusammengesetzte Matrix der erklärenden Variablen $(X|Z)$ soll gelten, daß sie keine Doppelinformation enthält, daß sie also den Rang $(K+M)$ besitzt.

Aus dem Ansatz (3.1) erhält man als Vektor der KQ-Schätzwerte

$$b = (x'x)^{-1}x'y. \quad (3.18)$$

Nach Einsetzen von (3.17) und Erwartungswertbildung folgt

$$E(b) = \beta^* + (x'x)^{-1}x'Z\gamma \quad (3.19)$$

oder

$$E(b) = \beta^* + P\gamma \quad (3.20)$$

mit $P = (x'x)^{-1}x'Z$.

¹ Für die Koeffizienten des "wahren" Ansatzes soll die Annahme der zeitlichen Stabilität wieder erfüllt sein. Dies bedeutet für die formale Darstellung, daß für diese Koeffizienten eine Unterscheidung nach den beiden Schätzperioden T und $T+1$ nicht notwendig ist. Außerdem sollen für v in (3.17) die üblichen Annahmen gelten, insbesondere $E(v)=0$.

Der Schätzwert für den Koeffizientenvektor des fehlspezifizierten Ansatzes (3.1) ist also wiederum verzerrt. Ausmaß und Richtung der Verzerrung hängen ab von der Matrix P , die wieder die Koeffizienten der Hilfsregressionen enthält. Diese sind in diesem Fall Regressionen der nicht in den Ansatz aufgenommenen erklärenden Variablen auf die aufgenommenen erklärenden Variablen¹. Die Verzerrung ist gleich Null, wenn die ausgelassenen und die aufgenommenen Erklärungsfaktoren orthogonal zueinander sind. Man kann nun analog zu den Ableitungen im Abschnitt 3.3.2 eine Beziehung zwischen den Schätzwerten für T Perioden und $T+\tau$ Perioden herstellen. Ausgangspunkt sind die beiden Gleichungen

$$E(b_T) = \beta^* + S_T^{-1} X_T' Z_T \gamma \quad (3.21a)$$

und

$$E(b_{T+\tau}) = \beta^* + S_{T+\tau}^{-1} X_{T+\tau}' Z_{T+\tau} \gamma. \quad (3.21b)$$

Nach einer den Gleichungen (3.9) bis (3.13) analogen Ableitung erhält man

$$E(b_{T+\tau}) = E(b_T) + S_T^{-1} X_T' D_T^{-1} [Z_\tau - X_\tau P_T] \gamma. \quad (3.22)$$

Dieses Ergebnis unterscheidet sich inhaltlich von der Gleichung (3.14), da die Bedeutung von $E(b_T)$ und P_T jetzt eine andere ist. Man kann zeigen, daß für den Fall der Orthogonalität zwischen x und z gilt:

$E(b_{T+\tau}) = \beta^*$. In diesem Fall ist also die Verzerrung

¹ In diesem Fall ist P also eine $(K \times M)$ -Matrix.

gleich Null und es liegt Parameterkonstanz vor, wenn die üblichen Annahmen des linearen Regressionsmodells erfüllt sind.

Es gilt dann

$$E(b_{T+\tau}) = E(b_T) = \beta^* . \quad (3.23)$$

Liegt keine Orthogonalität¹ vor, so sind die Schätzwerte verzerrt. Zur Beurteilung der zeitlichen Stabilität ist wiederum der Ausdruck in der eckigen Klammer von (3.22) zu untersuchen. Er ist gleich Null, wenn die Variablen Z_l ($l=1, \dots, M$) für den Zeitraum τ Linearkombinationen der Variablen X_j ($j=1, \dots, K$) darstellen, wobei die Elemente von P_T wiederum als Gewichte fungieren.

Es gilt dann

$$E(b_{T+\tau}) = E(b_T) = \beta^* + P_T \gamma . \quad (3.24)$$

Es ist aber davon ausgegangen worden, daß die zusammengesetzte Datenmatrix $(X:Z)$ vollen Rang besitzt. Die Bedingung $Z_\tau = X_\tau P_T$ würde dagegen bedeuten, daß die durch Z gelieferte Information schon vollständig in X enthalten ist. In diesem Fall wäre der Ansatz (3.17) nicht sinnvoll.

¹ Die Aussagen bezüglich der Orthogonalität gelten strenggenommen nur für große Werte von τ und T . Es müssen nämlich für die Gleichung (3.22) folgende Bedingungen gegeben sein:

$\lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{T} (X'_T Z_T) = 0$ und $\lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau} (X'_\tau Z_\tau) = 0$. Nur unter diesen Bedingungen verschwindet der zweite Summand auf der rechten Seite von (3.22). Gleichung (3.23) lautet dann eigentlich $\text{Plim } b_{T+\tau} = \text{Plim } b_T = \beta^*$.

Tatsächlich wird bei ökonomischen Zusammenhängen die Beziehung zwischen Z und X nicht völlig orthogonal sein. Der zweite Summand auf der rechten Seite von (3.22) wird dann von Null verschieden sein und mit τ variieren. Für unterschiedliche Werte von τ ($\tau=1,2,\dots$) wird man dann jeweils verschiedene Realisationen für den Vektor der KQ-Schätzwerte erhalten.

3.4 Auswirkung der Verwendung aggregierter Daten

Der überwiegende Teil der empirisch-ökonometrischen Arbeiten ist im Bereich der Makroökonomie¹ angesiedelt. Dies ist u. a. darauf zurückzuführen, daß die für eine empirische Untersuchung wirtschaftlicher Zusammenhänge notwendigen Daten häufig nur in hoch-aggregierter Form vorliegen. Mikrodaten sind oft nur durch kostspielige Erhebungen zu erhalten. Die untersuchten Verhaltenshypothesen und technologischen Beziehungen entstammen dagegen in der Regel dem Bereich der mikroökonomischen Theorie und werden analog auf die Makroökonomie übertragen. Die Verbindung zwischen den mikroökonomischen Relationen und den makroökonomischen Beziehungen wird durch eine Aggregationstheorie² hergestellt.

1 Makroökonomie wird hier in dem Sinne verstanden, daß sich die Untersuchungen auf Gruppen von Wirtschaftssubjekten beziehen.

2 An dieser Stelle soll nicht die gesamte mit der Verwendung aggregierter Daten verbundene Problematik diskutiert werden. Es wird versucht, die wichtigsten Ergebnisse der Aggregationstheorie zusammenzufassen, um die Untersuchung der hier interessierenden Fragestellung darauf aufzubauen. Insbesondere beschränkt sich die Darstellung auf den Fall der Aggregation über Wirtschaftseinheiten.

Die drei genannten Bestandteile einer Aggregations-
theorie (mikroökonomische Verhaltensannahmen, aggregierte Daten, makroökonomische Relationen) sind aber nur unter bestimmten Bedingungen konsistent. Die Problematik ist von THEIL¹ systematisch untersucht worden. Er unterscheidet drei grundsätzlich mögliche Fragestellungen².

- (1) Gegeben sind eine mikroökonomische Theorie und bestimmte Annahmen über die makroökonomische Beziehung. Gesucht ist dann das Aggregationsverfahren, das Konsistenz zwischen Mikro- und Makrobeziehung herstellt.
- (2) Gegeben sind die mikroökonomische Theorie und die aggregierten Daten. Man kann dann fragen, welche makroökonomische Relation zwischen den Aggregaten besteht.
- (3) Gegeben sind bestimmte Aggregate und eine für diese Aggregate formulierte makroökonomische Theorie. Zu fragen ist dann, welche Konsequenzen sich für eine zugrundeliegende Mikrotheorie ergeben.

Da - wie schon erwähnt - einerseits das empirische Material meist in relativ hoch aggregierter Form vorliegt, andererseits die verwendeten Verhaltensannahmen in der Regel mikroökonomischer Natur sind, hat die unter (2) formulierte Fragestellung wohl die größte

¹ THEIL, H.: Linear Aggregation of Economic Relations, Amsterdam 1954.

² Ebenda, S. 5.

praktische Bedeutung. Nun sind aber die Beziehungen zwischen den Aggregaten Ergebnis einer Vielzahl von Entscheidungen und Verhaltensweisen der einzelnen Wirtschaftssubjekte. Der makroökonomischen Relation liegt also ein ganzes System von Mikrofunktionen zugrunde. Konsistenz zwischen diesem System von Funktionen und der makroökonomischen Beziehung liegt aber nur in wenigen sehr speziellen Ausnahmefällen vor¹. Die Forderung nach Konsistenz wird deshalb in der Regel nicht weiter verfolgt. Stattdessen wird das Bestehen einer analog zur Mikrotheorie formulierten Makrorelation postuliert. Die Parameter dieser Makrorelation werden mit statistischen Methoden aus den aggregierten Daten geschätzt. Dabei tritt in aller Regel eine Aggregationsverzerrung auf. Das Aggregationsproblem erhält damit einen neuen Aspekt. "Jetzt gilt es, den Aggregationsfehler abzuschätzen, seine Abhängigkeit von den Parametern der Mikrorelationen aufzudecken und seine Konsequenzen für das ökonometrische Schätzproblem zu erforschen".²

Dazu wird von folgendem Modell ausgegangen:

Die mikroökonomische Beziehung für die i -te Wirtschaftseinheit sei gegeben durch

$$y_i = x_i \beta_i + u_i, \quad i = 1, \dots, N. \quad (3.25)$$

1 Vgl. etwa SCHNEEWEISS, H.: Das Aggregationsproblem, Statistische Hefte, N.F. Bd. 6 (1965), S. 4 f.

2 Ebenda, S. 5 f.

Dabei bezeichnet

y_i den $T \times 1$ -Vektor der Beobachtungswerte für die abhängige Variable,

X_i die $T \times K$ -Matrix der Beobachtungswerte für die K unabhängigen Variablen,

β_i den $K \times 1$ -Vektor der Regressionskoeffizienten,

u_i den $T \times 1$ -Vektor der Störvariablen, für die die üblichen Annahmen gelten sollen, und

N die Anzahl der betrachteten Mikroeinheiten.

Aus den Werten der Mikrovariablen für die einzelnen Mikroeinheiten (y_i und X_i) werden nun durch einfache Aggregation (d. h. Summierung) über alle Mikroeinheiten die Makrovariablen gebildet:

$$y = \sum_{i=1}^N y_i \quad ; \quad X = \sum_{i=1}^N X_i \quad . \quad (3.26)$$

Entsprechend der oben dargestellten Vorgehensweise wird postuliert, daß zwischen diesen Makrovariablen eine Relation der folgenden Form besteht:

$$y = X\beta + u \quad (3.27)$$

Dabei haben alle Matrizen und Vektoren die gleichen Dimensionen wie in (3.25), ihre Elemente dagegen sind jeweils die entsprechenden Größen für die Makrorelation. Der Vektor β z. B. enthält die Koeffizienten der Makro-Regressionsfunktion.

Schätzt man den Koeffizientenvektor β in (3.27) nach der Methode der Kleinsten Quadrate aus aggregierten Daten, so erhält man als Vektor der Makroschätzwerte

$$b = (X'X)^{-1} X'Y = (X'X)^{-1} X' \sum_{i=1}^N Y_i . \quad (3.28)$$

Durch Einsetzen von (3.25) ergibt sich

$$b = (X'X)^{-1} X' \sum_{i=1}^N (X_i \beta_i + u_i) . \quad (3.29)$$

Bildet man den Erwartungswert, so folgt

$$\begin{aligned} E(b) &= E \left[(X'X)^{-1} X' \sum_{i=1}^N (X_i \beta_i + u_i) \right] \\ &= E \left[(X'X)^{-1} X' \sum_{i=1}^N X_i \beta_i \right] + E \left[(X'X)^{-1} X' \sum_{i=1}^N u_i \right] . \end{aligned} \quad (3.30)$$

Die u_i im zweiten Summanden sind die Störgrößen der N Mikrofunktionen. Jede dieser Störgrößen für sich hat nach den üblichen Annahmen des allgemeinen Regressionsmodells einen Erwartungswert von Null. Damit ist auch der Erwartungswert der Summe dieser Zufallsvariablen gleich Null.

Daraus folgt

$$\begin{aligned}
 E(b) &= E \left[(X'X)^{-1} X' \sum_{i=1}^N X_i \beta_i \right] \\
 &= \sum_{i=1}^N (X'X)^{-1} X' X_i \beta_i \\
 &= \sum_{i=1}^N P_i \beta_i .
 \end{aligned} \tag{3.31}$$

Zur Erklärung der Größen P_i in Gleichung (3.31) werden nun wieder sog. "Hilfsregressionen" eingeführt. Man kann formal jede der $K(j=1, \dots, K)$ unabhängigen Mikrovariablen in der Mikrogleichung der i -ten Wirtschaftseinheit als abhängige Variable einer Regression auf die Makrovariablen X_j ($j=1, \dots, K$) darstellen¹,

$$X_{i,j} = \sum_{j'=1}^K X_{j'} \pi_{i,jj'} + v_{i,j} , \quad j, j'=1, \dots, K, \tag{3.32}$$

in denen die $v_{i,j}$ einen Erwartungswert von Null haben und von den Makrovariablen unabhängig sind. Als KQ-Schätzwerte für die $\pi_{i,jj'}$ erhält man für die i -te Wirtschaftseinheit den $(K \times 1)$ -Vektor

$$P_{i,j} = (X'X)^{-1} X' X_{i,j} , \quad j=1, \dots, K; i=1, \dots, N, \tag{3.33}$$

mit den Elementen $P_{i,jj'} (j'=1, \dots, K)$.

Führt man diese Rechnung für jede der K Mikrovariablen der i -ten Wirtschaftseinheit durch, so ergibt sich als Matrix der Koeffizienten der Hilfsregressionen

$$P_i = (X'X)^{-1} X' X_i , \quad i=1, \dots, N . \tag{3.34}$$

¹ Vgl. THEIL, H.: Linear Aggregation ..., a.a.O., S. 13.

Jede der Matrizen P_i hat die Dimension $(K \times K)$ - (K Mikrovariablen in Abhängigkeit von K Makrovariablen). Die Elemente von P_i werden auch als Gewichte bezeichnet. Damit ist eine Interpretation der Gleichung (3.31) möglich:

- (1) Die KQ-Schätzwerte für die Koeffizienten der Makrogleichung sind abhängig von den Ausprägungen der Mikrovariablen, da die in der Matrix P_i zusammengefaßten Koeffizienten der Hilfsregressionen von diesen Ausprägungen abhängen.
- (2) Die Schätzwerte für die Makroparameter hängen nicht nur von den der jeweils zugehörigen erklärenden Variablen X_j ($j=1, \dots, K$) entsprechenden Mikroparametern β_{ij} ($j=1, \dots, K$) ab, sondern von allen, auch den der zugehörigen Makrovariablen nicht entsprechenden Mikroparametern¹. Über das Matrizenprodukt $P_i \beta_i$ ist jedes Element des Vektors $E(b)$ eine lineare Kombination aller Mikroparameter.

Die Auswirkungen der unter (1) und (2) genannten Faktoren auf die Schätzwerte der Makroparameter können noch genauer untersucht werden. Dazu werden folgende Annahmen über die Koeffizienten der Hilfsregressionen

¹ THEIL unterscheidet noch zwischen den Absolutgliedern und den Steigungskoeffizienten. Er zeigt, daß die Steigungskoeffizienten der Makrofunktion von den Absolutgliedern der Mikrofunktionen unabhängig sind. Da aber allgemein den Steigungskoeffizienten größere Bedeutung beizumessen ist, soll diese Unterscheidung hier vernachlässigt werden.

getroffen¹: Die Summe der $p_{i,jj}$ über alle $i(i=1,\dots,N)$ ist gleich Eins für $j=j'$ und gleich Null für $j \neq j'$ ($j,j'=1,\dots,K$). In Matrizenschreibweise erhält man

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N p_i &= \sum_{i=1}^N (X'X)^{-1} X'X_i \\ &= (X'X)^{-1} X' \sum_{i=1}^N X_i \\ &= (X'X)^{-1} X'X = I . \end{aligned} \quad (3.35)$$

Die Elemente auf der Hauptdiagonalen der Einheitsmatrix I entsprechen genau den Fällen der Summation, bei denen $j=j'$, die Elemente außerhalb der Hauptdiagonalen den Fällen, bei denen $j \neq j'$.

Mit diesem Ergebnis lassen sich nun Aussagen über die Aggregationsverzerrung treffen. Dazu wird von folgender Definition ausgegangen: Die Aggregationsverzerrung ist die Differenz zwischen den aus aggregierten (Makro-) Daten geschätzten Regressionskoeffizienten und dem Mittelwert der Mikroeffizienten für die Funktionen der einzelnen Wirtschaftseinheiten².

¹ Vgl. THEIL, H.: Linear Aggregation ..., a.a.O., S. 15.

² Ebenda, S. 122. Siehe auch KUH, E.: Capital Stock Growth: A Microeconomic Approach, Amsterdam 1963, S. 190. Auch hier müßte strenggenommen wieder unterschieden werden zwischen Absolutglied und Steigungskoeffizienten.

Der Mittelwert des Vektors der Mikroparameter ist gleich $N^{-1} \sum_{i=1}^N \beta_i$. Ohne die Bedeutung dieses Ausdrucks zu verändern, kann man ihn nach Multiplikation mit der Einheitsmatrix auch als Diagonalmatrix schreiben in der Form $N^{-1} I \sum_{i=1}^N \beta_i$ mit I als $(K \times K)$ -Einheitsmatrix. Dann läßt sich (3.31) unter Verwendung von (3.35) erweitern zu¹

$$\begin{aligned} E(b) &= \sum_{i=1}^N P_i \beta_i - N^{-1} I \sum_{i=1}^N \beta_i + N^{-1} I \sum_{i=1}^N \beta_i \\ &= \sum_{i=1}^N (P_i - N^{-1} I) (\beta_i - N^{-1} \sum_{i=1}^N \beta_i) + N^{-1} I \sum_{i=1}^N \beta_i. \end{aligned} \quad (3.36)$$

Der erste Ausdruck auf der rechten Seiten von (3.36) entspricht gerade dem N -fachen der Varianz-Kovarianz-Matrix zwischen den Koeffizienten der Hilfsregressionen (P_i) und den Koeffizienten der Mikrofunktionen (β_i) über alle N Wirtschaftseinheiten. Diese Größe stellt genau die Aggregationsverzerrung² dar. Ist die Verzerrung gleich Null, so entsprechen die Erwartungswerte der Makrokoeffizienten gerade dem arithmetischen Mittel der Mikrokoeffizienten.

1 Strenggenommen müßte auch auf der linken Seite mit der $(K \times K)$ -Einheitsmatrix multipliziert werden, da sonst ein $(K \times 1)$ -Vektor einer $(K \times K)$ -Diagonalmatrix gleichgesetzt wird. Da aber Mißverständnisse ausgeschlossen sind, wird hier und im folgenden auf diese Operation verzichtet.

2 Vgl. z. B. GUPTA, K.L.: Aggregation in Economics. A Theoretical and Empirical Study, Rotterdam 1969, S. 2.

Wie man aus (3.36) ersieht, verschwindet die Aggregationsverzerrung,

- (1) wenn die Mikroparameter für alle Wirtschaftseinheiten übereinstimmen oder
- (2) wenn die Koeffizienten der Hilfsregressionen für alle Mikroeinheiten gleich sind, wenn also gilt $P_i = P, i=1, \dots, N$.

Ein Sonderfall der zweiten Bedingung ist gegeben, wenn die Mikrovariablen X_{ij} exakte lineare Funktionen der entsprechenden Makrovariablen X_j sind, wenn also für jeden Beobachtungspunkt gilt: $x_{ij} = \pi_{ij} x_j$. Konkret bedeutet dies, daß die Aufteilung des Aggregats auf die einzelnen Mikroeinheiten während des gesamten Beobachtungsbereichs konstant sein müßte. In diesem Fall sind die Nebendiagonalelemente der Matrizen P_i gleich Null. Das bedeutet, daß die Varianz-Kovarianz-Matrix in (3.36) verschwindet. Ein in diesem Zusammenhang häufig angeführtes Beispiel ist der Fall einer konstanten Einkommensverteilung bei Betrachtung einer aggregierten Konsumfunktion mit dem Einkommen als unabhängiger Variablen¹. Dieses Beispiel zeigt, daß der betrachtete Fall nicht besonders realistisch ist².

Allgemein gilt also, daß eine Differenz besteht zwischen den geschätzten Koeffizienten der Makrofunktion und den "wahren" Koeffizienten (ausgedrückt als Mittel der Mikrokoefizienten). Über diese Aggre-

¹ Vgl. etwa SCHNEEWEISS, H.: Das Aggregationsproblem, a.a.O., S. 4.

² Empirische Ergebnisse zu diesem Problem findet man in BOOT, J.C.G., DE WIT, G.M.: Investment Demand: An Empirical Contribution to the Aggregation Problem, International Economic Review, Vol. 1 (1960), S. 3-30 und GUPTA, K.L.: Aggregation Bias in Linear Economic Models, International Economic Review, Vol. 12 (1971), S. 293-305.

gationsverzerrung hängt die Stabilität der geschätzten Koeffizienten von den entsprechenden und nicht entsprechenden Mikroparametern und den Koeffizienten der Hilfsregressionen ab. Gerade letztere können sich durch Änderung der Verhaltensweisen, durch technologische Entwicklung und durch politische Maßnahmen verändern¹.

Um die Auswirkung auf die zeitliche Stabilität der Koeffizienten beurteilen zu können, werden nun wiederum die beiden Schätzzeiträume T und $T+\tau$ unterschieden. Zusätzlich werden die Matrizen und Vektoren, die sich auf eine einzelne Wirtschaftseinheit beziehen, mit i indiziert.

Entsprechend der Gleichung (3.28) lautet der KQ-Schätzwert für die Koeffizienten der Makrofunktion für die beiden Schätzperioden in Matrizenschreibweise²

$$b_T = S_T^{-1} X_T' \sum_{i=1}^N y_{i,T} \quad (3.37a)$$

bzw.

$$b_{T+\tau} = S_{T+\tau}^{-1} X_{T+\tau}' \sum_{i=1}^N y_{i,T+\tau} \quad (3.37b)$$

Analog (3.30) und (3.31) erhält man³

$$E(b_T) = S_T^{-1} X_T' \sum_{i=1}^N x_{i,T} \beta_i \quad (3.38a)$$

1 Vgl. GUPTA, K.L.: Aggregation in Economics, a.a.O., S. 3.

2 Für $(X'X)^{-1}$ wird hier wieder S^{-1} eingesetzt.

3 Für die Mikrokoefizienten wird wiederum die Annahme der zeitlichen Stabilität als erfüllt angesehen, so daß sie nicht nach den beiden Schätzperioden unterschieden zu werden brauchen.

bzw.

$$E(b_{T+\tau}) = S_{T+\tau}^{-1} X'_{T+\tau} \sum_{i=1}^N X_{i,T+\tau} \beta_i \quad (3.38b)$$

Unter Verwendung der schon bekannten Rekursionsformel und bei leichter Veränderung der Schreibweise folgt¹

(3.39)

$$E(b_{T+\tau}) = \left[S_T^{-1} - S_T^{-1} X'_\tau D_\tau^{-1} X_\tau S_T^{-1} \right] \sum_{i=1}^N X'_{T+\tau} X_{i,T+\tau} \beta_i$$

Der Ausdruck außerhalb der eckigen Klammer läßt sich umformen zu

$$\sum_{i=1}^N X'_{T+\tau} X_{i,T+\tau} \beta_i = \sum_{i=1}^N X'_T X_{i,T} \beta_i + \sum_{i=1}^N X'_\tau X_{i,\tau} \beta_i \quad (3.40)$$

Aus (3.39) und (3.40) ergibt sich nach Ausmultiplizieren

$$\begin{aligned} E(b_{T+\tau}) &= \sum_{i=1}^N S_T^{-1} X'_T X_{i,T} \beta_i + S_T^{-1} X'_\tau \sum_{i=1}^N X_{i,\tau} \beta_i \\ &\quad - S_T^{-1} X'_\tau D_\tau^{-1} X_\tau \sum_{i=1}^N S_T^{-1} X'_T X_{i,T} \beta_i \\ &\quad - S_T^{-1} X'_\tau D_\tau^{-1} S_T^{-1} \sum_{i=1}^N X'_\tau X_{i,\tau} \beta_i \end{aligned} \quad (3.41)$$

¹ D_τ entspricht hier wieder dem Ausdruck in (3.9).

Nach Ausklammern von $S_T^{-1} X'_T D_T^{-1}$ erhält man,

$$E(b_{T+\tau}) = \sum_{i=1}^N S_T^{-1} X'_T X_{i,T} \beta_i + S_T^{-1} X'_T D_T^{-1} \left[D_T \sum_{i=1}^N X_{i,\tau} \beta_i \right. \\ \left. - X_\tau \sum_{i=1}^N S_T^{-1} X'_T X_{i,T} \beta_i - X_\tau S_T^{-1} X'_T \sum_{i=1}^N X_{i,\tau} \beta_i \right]. \quad (3.42)$$

Setzt man für D_T in der eckigen Klammer den Ausdruck aus (3.9) ein, so folgt

$$E(b_{T+\tau}) = \sum_{i=1}^N S_T^{-1} X'_T X_{i,T} \beta_i + S_T^{-1} X'_T D_T^{-1} \left[\sum_{i=1}^N X_{i,\tau} \beta_i \right. \\ \left. + X_\tau S_T^{-1} X'_T \sum_{i=1}^N X_{i,\tau} \beta_i - X_\tau \sum_{i=1}^N S_T^{-1} X'_T X_{i,T} \beta_i \right. \\ \left. - X_\tau S_T^{-1} X'_T \sum_{i=1}^N X_{i,\tau} \beta_i \right]. \quad (3.43)$$

Nach Zusammenfassung und unter Berücksichtigung von (3.31) und (3.36) ergibt sich

$$E(b_{T+\tau}) = \sum_{i=1}^N P_{i,T} \beta_i + S_T^{-1} X'_T D_T^{-1} \sum_{i=1}^N \left[X_{i,\tau} - X_\tau P_{i,T} \right] \beta_i. \quad (3.44)$$

Der erste Summand auf der rechten Seite von (3.44) ist aber nach (3.31) gerade gleich $E(b_T)$. Dieser Ausdruck läßt sich nach (3.36) zerlegen in den Mittel-

wert der Mikrokoefizienten und die Aggregations-
verzerrung

(3.45)

$$E(b_T) = N^{-1} I \sum_{i=1}^N \beta_i + \sum_{i=1}^N (P_{i,T}^{-1} I) (\beta_i - N^{-1} \sum_{i=1}^N \beta_i) .$$

Aus (3.44) in Verbindung mit (3.45) lassen sich nun
wieder Aussagen über die zeitliche Stabilität der
Koeffizientenschätzwerte treffen.

Stabilität ist gegeben, wenn folgende Beziehung gilt:

$$E(b_{T+\tau}) = E(b_T) = \sum_{i=1}^N P_{i,T} \beta_i \quad (3.46)$$

Gleichung (3.46) gilt dann, wenn der Summenausdruck
im zweiten Summanden auf der rechten Seite von (3.44)
verschwindet.

Für ein bestimmtes $i(i=1, \dots, N)$ enthält die eckige
Klammer in diesem Ausdruck die $(\tau \times K)$ -Matrix der er-
klärenden Variablen der Mikrofunktion, $x_{i,\tau}$, sowie
das Produkt aus der $(\tau \times K)$ -Matrix der Makrovariablen
und der $(K \times K)$ -Matrix der Koeffizienten der Hilfs-
regressionen für die oben definierte Periode T . Für
jede Wirtschaftseinheit $i(i=1, \dots, N)$ wird dieser
Ausdruck Null, wenn für jeden Beobachtungszeitpunkt
(-raum) in der Periode $\tau(\tau=T+1, \dots, T+\tau)$ die Mikro-
variablen in demselben, festen Verhältnis zu den
Makrovariablen stehen. Die Relationen werden dabei
durch die Elemente der Matrix $P_{i,T}$ angegeben. Wie
schon bei der Darstellung der Bedingungen für per-

fekte (unverzerrte) Aggregation erwähnt, ist dieser Fall nicht besonders realistisch. Die Anteile der einzelnen Mikrovariablen an dem Aggregat werden sich im Zeitablauf ändern, so daß für verschiedene Werte von τ der Klammerausdruck unterschiedliche Werte annehmen wird.

Dies muß aber in diesem Fall nicht unbedingt zu zeitlicher Instabilität der Schätzwerte für die Makrokoeffizienten führen. Da über die N Wirtschaftseinheiten summiert und mit den Mikrooeffizienten gewichtet wird, können Kompensationswirkungen zwischen den einzelnen Summanden eintreten, die zu stabilen Schätzwerten führen. Auf diese und ähnliche Fragen wird im folgenden Abschnitt näher eingegangen.

3.5 Zusammenfassung und kritische Betrachtung der Ergebnisse

Als mögliche Ursachen für eine zeitliche Instabilität von KQ-Regressionsschätzwerten sind in den vorhergegangenen Abschnitten die (möglicherweise) generelle Instabilität ökonomischer Beziehungen und verschiedene Formen der Fehlspezifikation dargestellt worden. Wird die Möglichkeit von wenigstens für bestimmte Zeiträume stabilen Beziehungen grundsätzlich verneint, so ist die Anwendung eines Schätzverfahrens, das das Konzept der zeitlichen Invarianz als eine grundlegende Annahme enthält, nicht mehr sinnvoll. Dieser Fall soll deshalb nicht weiter verfolgt werden.

Aber auch, wenn für den betrachteten Zeitraum die Invarianz einer als "wahr" angesehenen Beziehung unterstellt werden kann, können sich aus einer der unter

3.3 und 3.4 genannten Ursachen zeitlich nichtstabile Schätzwerte für die Regressionskoeffizienten ergeben. Die Ausführungen in den Abschnitten 3.3 und 3.4 stellen sicherlich keine erschöpfende Behandlung möglicher Ursachen dar; die ausgewählten Fälle haben aber wohl eine gewisse Bedeutung für die praktische Arbeit. Mit dem dargestellten Instrumentarium lassen sich darüber hinaus auch andere Fälle in ähnlicher Form behandeln.

In den Gleichungen (3.14) und (3.22) ist gezeigt worden, daß die Stabilität der Koeffizienten beeinflußt wird, wenn die fehlspezifizierten bzw. die fälschlicherweise ausgeschlossenen erklärenden Variablen mit den "wahren" bzw. den im Regressionsansatz enthaltenen Variablen korreliert sind. Solche Korrelationen sind zwischen ökonomischen Variablen in der Regel zu erwarten. Zwischen den meisten makroökonomischen Größen sind die Korrelationen wegen der gemeinsamen Trendkomponente sogar sehr groß¹. Die Trendkomponente bewirkt allerdings auch, daß sich die Stärke der Korrelation zwischen zwei Variablen bei Veränderung des Zeitraums, über den sie berechnet wird, relativ wenig verändert. Darin liegt ein stabilisierendes Element für die numerischen Werte der Regressionskoeffizienten. Überhaupt bedeutet "Stabilität" natürlich nicht, daß die Koeffizienten bei Variation des Schätzzeitraumes absolut konstant

¹ MENGES hat z. B. die (Produkt-Moment)-Korrelationskoeffizienten zwischen 87 Zeitreihen von Variablen, die häufig zur Bestimmung ökonometrischer Makrostrukturen verwendet werden, berechnet. Von den 3.741 Korrelationskoeffizienten waren 64 % größer als 0,91. Vgl. MENGES, G.: Die ökonometrische Struktur ..., a.a.O., S. 1002.

sind. Wichtig ist, daß sie keinen systematischen Änderungen unterworfen sind. Solche systematischen Änderungen können z. B. dann auftreten, wenn die in einem Regressionsansatz nicht berücksichtigten erklärenden Variablen bestimmte technologische Beziehungen oder aber Einstellungen und Erwartungen der Wirtschaftssubjekte wiedergeben. Diese Größen sind wahrscheinlich nicht einem über längere Zeiträume anhaltenden Trend unterworfen. Sie sind allerdings quantitativ nur schwer zu erfassen. Die wichtigsten Ansätze auf diesem Gebiet in der Bundesrepublik stellen die Befragungen (Konjunktur- und Investitionstest) des Ifo-Instituts sowie die Arbeiten der Forschungsstelle für empirische Sozialökonomik in Köln dar¹. Aber selbst wenn die Quantifizierung dieser Größen in irgendeiner Form gelingt, so gibt es doch kaum Anhaltspunkte dafür, ob die konstruierten Daten tatsächlich das Merkmal beschreiben, das den eigentlichen Untersuchungsgegenstand darstellt. Es ist allerdings nicht auszuschließen, daß die Berücksichtigung solcher "Testdaten" zur Stabilität der Koeffizientenschätzwerte beitragen kann².

Am Ende des Abschnitts 3.4 ist schon angeklungen, daß die Beurteilung der Auswirkung der Verwendung

1 Zur Einbeziehung von Erwartungsgrößen in ökonometrische Untersuchungen vgl. etwa NERB, G., a.a.O. und NIESSEN, H.-J., a.a.O.

2 Man kann z. B. zeigen, daß die Aufnahme einer approximativen Größe anstelle einer nicht direkt meßbaren Variablen zu geringeren asymptotischen Verzerrungen führt als die völlige Vernachlässigung dieser Variablen. Vgl. dazu WICKENS, M.R.: A Note on the Use of Proxy Variables, *Econometrica*, Vol. 40 (1972), S. 759-761.

aggregierter Daten durch mögliche Kompensationseffekte erschwert wird. Diese Frage ist u. a. von Bedeutung bei der Diskussion um einen "optimalen" Disaggregationsgrad gesamtwirtschaftlicher ökonomischer Modelle¹. Hier wird oft argumentiert, daß die Kenntnis der mikroökonomischen Zusammenhänge so unvollkommen sei, daß sie für eine perfekte Spezifikation der Mikrofunktionen nicht ausreiche. Die Verwendung hochaggregierter Modelle könne dann durch einen Kompensationseffekt Fehlspezifikationen vermeiden oder reduzieren.

Liegen solche Effekte vor, so ist damit ein Zusammenhang gegeben zwischen den in 3.3.2 und 3.3.3 behandelten Fragen und der Verwendung aggregierter Daten. GRUNFELD und GRILICHES² haben diesen Zusammenhang empirisch untersucht. In einer Studie über das Investitionsverhalten von acht amerikanischen Großunternehmen kommen sie zu dem Ergebnis, daß das multiple Bestimmtheitsmaß einer über die acht Unternehmen aggregierten Investitionsfunktion höher ist als ein "zusammengesetztes" Bestimmtheitsmaß, das in bestimmter Weise aus den individuellen Investitionsfunktionen berechnet ist³.

1 Vgl. etwa FROMM, G., SCHINK, G.: Aggregation and Econometric Models, International Economic Review, Vol. 14 (1973), S. 1-32.

2 GRUNFELD, Y., GRILICHES, Z.: Is Aggregation Necessarily Bad?, The Review of Economics and Statistics, Vol. 42 (1960), S. 1-13.

3 Ebenda, S. 2.

Diese Erscheinung ist oft auf das Gesetz der großen Zahl oder den zentralen Grenzwertsatz zurückgeführt worden. Die Begründung bei GRUNFELD und GRILICHES ist dagegen konkreter. Sie erklären ihr Ergebnis mit einem Gruppierungs- oder Synchronisationseffekt. Dieser Effekt kommt dadurch zustande, daß die Aggregation (oder Gruppierung) der Daten über Wirtschaftseinheiten inbezug auf die unabhängigen Variablen nicht zufällig ist. Die Wirtschaftseinheiten sind sich, gemessen an den erklärenden Variablen, i. a. ähnlicher als inbezug auf die Störvariablen. Die hohen Korrelationen zwischen den erklärenden Variablen unterschiedlicher Mikrofunktionen führen zu dem hohen Bestimmtheitsmaß für die Makrofunktion. Dies bedeutet auf der anderen Seite, daß der Gruppierungseffekt sich nicht besonders stark auswirkt, wenn die Mikrofunktionen sich in den erklärenden Variablen erheblich unterscheiden. Theoretische Aussagen lassen sich hier höchstens für einige sehr spezielle Sonderfälle treffen¹. Darüber hinaus ist die Frage nach der relativen Stärke der Auswirkung von Fehlspezifizierung und Aggregation allenfalls empirisch zu beantworten.

Die Überlegungen in den Abschnitten 3.3.2, 3.3.3 und 3.4 haben sich auf die Frage beschränkt, wie sich die betrachteten Formen der Fehlspezifizierung auf die Erwartungstreue (bzw. Konsistenz) der Schätzwerte auswirken. Dies stimmt überein mit der Mehrzahl der Darstellungen des Problems in der Literatur. Seltener

¹ Vgl. GRUNFELD, Y., GRILICHES, Z., a.a.O., S. 6 ff.

wird darauf eingegangen, wie Varianz und Mean Square Error (MSE) der Schätzwerte von Fehlspezifikationen beeinflusst werden. Eine bedeutende Untersuchung zu diesen Fragen stammt von TORO-VIZCORRANDO und WALLACE¹, eine sehr gute Zusammenfassung hat RAO² gegeben. Das wichtigste Ergebnis im hier betrachteten Zusammenhang lautet:

Die Vernachlässigung einer erklärenden Variablen des "wahren" Regressionsansatzes verringert die Varianz aller KQ-Schätzwert.

Es ist dann unter bestimmten Bedingungen möglich, daß die Verringerung der Varianz die Verzerrung des Schätzwertes überkompensiert, wenn man den MSE als Kriterium wählt³. Inbezug auf das Stabilitätsproblem bedeutet dies, daß es bei bestimmten Fragestellungen sinnvoll sein kann, ein gewisses Maß an Instabilität der Schätzwerte in Kauf zu nehmen und dafür die Varianz der Schätzwerte zu verringern. Einen wesentlichen Einfluß auf die Entscheidung wird die Länge des Untersuchungszeitraumes haben. Bei kurzfristigen Betrachtungen kann die Instabilität der Schätzwerte vernachlässigbar sein. Hier zeigt sich wiederum der Antagonismus zwischen Spezifikation des Regressionsansatzes, Länge des Untersuchungszeitraumes und Stabilität der geschätzten

1 TORO-VIZCORRANDO, C., WALLACE, T.D.: A Test of the Mean Square Error Criterion for Restrictions in Linear Regression, JASA Vol. 63 (1968), S. 558-572.

2 RAO, P.: Some Notes on Misspecification in Multiple Regressions, The American Statistician, Vol. 25 (1971), S. 37-39.

3 Vgl. RAO, P., a.a.O., S. 38.

Struktur. Die Auswahl des Stützbereichs für die Schätzung der Regressionskoeffizienten sollte deshalb als wichtiger Teil der Spezifikation angesehen werden. Als Kriterium dafür, ob eine geeignete Spezifikation (einschließlich der Festlegung des Stützbereichs) gewählt worden ist, müßte dann neben die üblichen Beurteilungsmaßstäbe für die Güte eines Regressionsansatzes auch die Stabilität der Schätzwerte treten. Dazu werden Verfahren zur Überprüfung der zeitlichen Stabilität und - wenn möglich - Stabilitätsmaße benötigt. Die Darstellung und Beurteilung solcher Verfahren ist Gegenstand des folgenden Kapitels.

4 Verfahren zur Überprüfung der Annahme zeitlicher Stabilität der Schätzung

4.1 Vorbemerkungen

4.1.1 KQ-Residuen und einige Alternativen

Wie schon im Kap. 2 der Arbeit dargelegt, gehört die Annahme der Strukturkonstanz zu den Hypothesen, von denen im Rahmen der Regressionsanalyse von vornherein ausgegangen wird.

Eines der wichtigsten Instrumente zur nachträglichen Überprüfung solcher Hypothesen ist die Analyse der Residuen¹, also der Differenzen zwischen den beobachteten Werten y_t und den Schätzwerten $\hat{y}_t$ der abhängigen Variablen. An diesen Residuen setzen ja auch die Standardverfahren zum Test auf Abwesenheit von Autokorrelation und Heteroskedastizität an.

Neben solchen (parametrischen und nichtparametrischen) Testverfahren kommt der graphischen Analyse der Residuen besondere Bedeutung zu. Nach herrschender Meinung ist eine graphische Gegenüberstellung der Residuen mit den Originalwerten und den Schätzwerten der abhängigen Variablen sowie den Beobachtungen für die einzelnen unabhängigen Variablen gut dazu geeignet, Abweichungen von den dem jeweiligen Regressionsmodell zugrunde liegenden Annahmen aufzudecken.

¹ Vgl. etwa DRAPER, N.R., SMITH, H.: Applied Regression Analysis, New York, London, Sydney 1966, S. 86-92 und ANSCOMBE, F.J., TUKEY, J.W.: The Examination and Analysis of Residuals, Technometrics, Vol. 5 (1963), S. 141-159.

Die Analyse der Residuen kann dabei Hilfestellung leisten

- beim Erkennen von Autokorrelation und Heteroskedastizität,
- bei der Bestimmung möglicher zusätzlicher Einflußfaktoren,
- beim Erkennen von Ausreißern
und
- beim Erkennen von Nichtlinearitäten.

Inwieweit die Untersuchung der Residuen diesen Ansprüchen tatsächlich gerecht wird, ist eine empirische Frage und kann nur von Fall zu Fall entschieden werden.

Auch zur Überprüfung der Annahme der zeitlichen Stabilität der Schätzung bieten sich die Residuen als Ansatzpunkt an. Es ist zu vermuten, daß sich eine Abweichung der geschätzten Koeffizienten von den Parametern des datenerzeugenden "wahren" Modells in den Residuen niederschlagen wird. Ob und in welcher Deutlichkeit ein solcher Effekt bemerkbar sein wird, kann wiederum nur im Einzelfall beurteilt werden. Es ist allerdings zu vermuten, daß bei multiplen Regressionen mit mehr als drei oder vier erklärenden Variablen die graphische Analyse der Residuen häufig nicht zu klaren Ergebnissen führt¹.

1 Häufig werden standardisierte und in bestimmter Weise transformierte Residuen zur graphischen Analyse herangezogen, weil sie Abweichungen von den Modellannahmen oftmals besser zum Ausdruck bringen als die "einfachen" KQ-Residuen. Vgl. etwa LARSEN, W.A., McCLEARY, S.J.: The Use of Partial Residual Plots in Regression Analysis, Technometrics, Vol. 14 (1972), S. 781-790.

Diese Bedenken werden verstärkt durch die Tatsache, daß die geschätzten Residuen aus der speziellen Eigenart des KQ-Verfahrens heraus keine völlig einheitliche Varianz besitzen¹ und ein gewisses Maß an Autokorrelation aufweisen, auch wenn die idealen Bedingungen für die Störvariablen der Grundgesamtheit erfüllt sind. Diese Eigenschaften der KQ-Residuen haben negative Auswirkungen auf die Konstruktion von Testgrößen und auf die Macht von Testverfahren². Dies gilt umso mehr, je kleiner die Zahl der Beobachtungswerte im Vergleich zur Zahl der Regressoren ist.

Zur Vermeidung dieser Nachteile hat THEIL³ einen anderen Schätzwert für den Residuenvektor vorge schlagen. Im Gegensatz zu den KQ-Residuen besitzen die Theil'schen Residuen eine skalare Kovarianzmatrix der Form $\sigma^2 I$, also eine Kovarianzmatrix, die sich als Produkt einer skalaren Größe und der Einheitsmatrix darstellen läßt. Die Residuen werden deshalb als BLUS-Residuen bezeichnet. Das S steht für skalare Kovarianzmatrix.

Ausgangspunkt sei der lineare Regressionsansatz mit T Beobachtungen und K erklärenden Variablen⁴

$$y = X\beta + u \quad (4.1)$$

mit $E(uu') = \sigma^2 I_T$ und $E(u) = 0$.

1 Vgl. dazu etwa BEHNKEN, D.W., DRAPER, N.R.: Residuals and their Variance Patterns, Technometrics, Vol. 14 (1972), S. 101-111.

2 So sind z. B. die Signifikanzniveaus der von-Neumann Testgröße nicht direkt auf die aus den KQ-Residuen gebildete empirische Größe anwendbar. Vgl. JOHNSTON, J.: Econometric Methods, 2. Aufl. Tokio 1972, S. 250 u. 245 f.

3 THEIL, H.: The Analysis of Disturbances in Regression Analysis JASA, Vol. 60 (1965), S. 1067-1079 und THEIL, H.: A Simplification of the BLUS Procedure for Analyzing Regression Disturbances, JASA, Vol. 63 (1968), S. 242-251.

4 Es wird vorausgesetzt, daß die Matrix X vollen Rang K besitzt.

Der Vektor der KQ-Residuen läßt sich darstellen als¹

$$e = My = Mu \quad (4.2)$$

$$\text{mit } M = (I - X(X'X)^{-1}X') .$$

Da M eine idempotente Matrix ist, folgt daraus

$$E(ee') = \sigma^2_M . \quad (4.3)$$

Es sei $\tilde{e}$ ein Residuenvektor mit skalarer Kovarianzmatrix. Er läßt sich analog (4.2) darstellen als lineare Transformation des Vektors der abhängigen Variablen,

$$\tilde{e} = B'y , \quad (4.4)$$

wobei B eine (TxT)-Matrix von Konstanten ist.

Der Schätzfehler beträgt

$$\tilde{e} - u = B'X\beta + B'u - u \quad (4.5)$$

mit dem Erwartungswert

$$E(\tilde{e} - u) = B'X\beta . \quad (4.6)$$

Der Erwartungswert ist nur dann gleich Null, wenn

$$B'X = 0 . \quad (4.7)$$

¹ Vgl. etwa THEIL, H.: Principles ..., a.a.O., S. 194.

Unter der Voraussetzung von (4.7) ist die Varianz-Kovarianz Matrix von $\tilde{e}$ gegeben durch

$$E(\tilde{e}\tilde{e}') = \sigma^2 B'B . \quad (4.8)$$

Wenn $\tilde{e}$ eine skalare Kovarianzmatrix besitzen soll, muß gelten

$$B'B = I . \quad (4.9)$$

Die Regressormatrix X besteht annahmegemäß aus K linear unabhängigen Spalten. Durch Bedingung (4.7) sind damit K lineare Restriktionen für B gegeben, so daß der Rang von B höchsten $(T-K)$ beträgt. Nach (4.4) ist dann der Vektor der BLUS-Residuen ein Schätzwert für nur $(T-K)$ unabhängige Komponenten von u .

Zur Bestimmung des Vektors $\tilde{e}$ müssen also K der T Beobachtungen eliminiert werden¹. Wählt man der Einfachheit halber die ersten K Beobachtungen, so kann man (4.1) schreiben als

$$\begin{bmatrix} y_0 \\ y_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \end{bmatrix} \beta + \begin{bmatrix} u_0 \\ u_1 \end{bmatrix} . \quad (4.10)$$

Dabei ist x_0 eine $(K \times K)$ -Matrix der ersten K Beobachtungswerte und x_1 eine $(T-K) \times K$ -Matrix der restlichen $T-K$ Beobachtungen für die Regressoren. Entsprechend kann man B' schreiben als

$$B' = \begin{bmatrix} 0 & \vdots & c \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

1 Auf das Problem der Auswahl dieser K Beobachtungen soll hier nicht eingegangen werden. Siehe dazu THEIL, H.: The Analysis of Disturbances ..., a.a.O., S. 1070 und S. 1076 f.

mit O als (TxK) -Nullmatrix und C als $Tx(T-K)$ -Matrix.

Bedingung (4.7) lautet dann

$$B'X = OX_0 + CX_1 = 0 \quad (4.12)$$

Die Bedingungen (4.7) und (4.9) lauten jetzt analog

$$CX_1 = 0, \quad CC' = I_{T-K} \quad (4.13)$$

C ist so zu bestimmen, daß der Residuenvektor in der Klasse der Schätzwerte mit skalarer Varianz-Kovarianz Matrix beste und unverzerzte Werte liefert.

Auch auf die Darstellung dieses Problems soll hier verzichtet werden¹. Die Bestimmung ist sehr rechenaufwendig, so daß bei der Verwendung von BLUS-Residuen zur Durchführung von Tests abzuwägen ist zwischen dem zusätzlichen Rechenaufwand und einer möglichen Verbesserung der Testergebnisse².

Die später vorgestellten und verwendeten rekursiven Residuen gehören zur Klasse der Residuen mit skalarer Varianz-Kovarianz Matrix. Sie haben aber gegenüber den THEIL'schen BLUS-Schätzwerten den Vorteil, daß sie einfach zu berechnen sind. Sie sind allerdings keine besten Schätzwerte.

1 Vgl. die Originalliteratur in Fußnote 3, S. 75. Siehe auch CHOW, G.C.: A Note on the Derivation of Theil's BLUS Residuals, *Econometrica*, Vol. 44 (1976), S. 609-610.

2 Eine Simulationsuntersuchung zu diesem Problem enthält KOERTS, J., ABRAHAMSE, A.P.J.: On the Power of the BLUS-Procedure, *JASA*, Vol. 63 (1968), S. 1227-1236. Die Untersuchung führt zu dem Ergebnis, daß ein Test auf Autokorrelation unter Verwendung von BLUS-Residuen größere Macht besitzt als der Durbin-Watson Test.

4.1.2 Divisive und kumulative Verfahren

Bei der Konstruktion von Testverfahren zur Überprüfung der Hypothese der Stabilität der ökonometrischen Struktur sind zwei grundsätzliche Vorgehensweisen möglich. Man kann einmal die Schätzperiode in zwei oder mehr sich nicht überlappende Teilbereiche zerlegen und die Schätzungen für die Teilbereiche vergleichen. Verfahren, die so aufgebaut sind, sollen hier als divisiv bezeichnet werden. In diese Gruppe gehört u. a. der gebräuchlichste Test auf Gleichheit der Koeffizienten von CHOW¹.

Man kann zum anderen von der Vorstellung ausgehen, daß das ökonometrische Modell einen Prozeß beschreibt, der Werte der abhängigen Variablen generiert². Der Verlauf dieses Prozesses läßt sich erkennen, wenn die Anzahl der Beobachtungswerte zur Ermittlung der Koeffizientenschätzwerte sukzessive erhöht wird. Testverfahren, die nach diesem Prinzip vorgehen, sollen hier als kumulativ bezeichnet werden. Im Gegensatz zu den divisiven Verfahren wird also hier die Schätzperiode aus den einzelnen Beobachtungen zusammengesetzt.

Die unterschiedlichen Vorgehensweisen sollen anhand von Abbildung 1 verdeutlicht werden. Auf der Achse in der Mitte des Schaubildes ist der Beobachtungsbereich abgetragen. Oberhalb der Achse ist das Prinzip

1 CHOW, G.C.: Tests of Equality Between Sets of Coefficients in Two Linear Regressions, *Econometrica*, Vol. 28 (1960), S. 591-605.

2 Diese Vorstellung trifft strenggenommen nur auf Zeitreihenuntersuchungen zu, wenn man nämlich "Prozeß" als Erscheinung in der Zeit ansieht. Der Grundgedanke ist aber auch bei einer anderen als der zeitlichen Anordnung der Beobachtungswerte anwendbar.

der divisiven Verfahren schematisch dargestellt. Nach einem hier nicht näher festgelegten Kriterium (beispielsweise externe Information oder auch graphische Analyse der Residuen) wird ein Punkt t^* festgelegt, in dem die strukturelle Änderung vermutet wird. Für die beiden so entstandenen Teilbereiche I und II wird je eine Schätzung durchgeführt und die Schätzungen werden über einen Test verglichen.

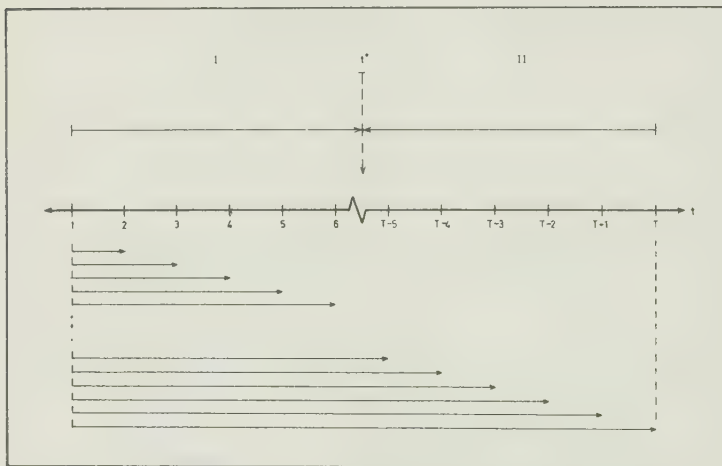


Abb. 1: Schematische Darstellung divisiver und kumulativer Testverfahren.

Unterhalb der Zeitachse in Abbildung 1 ist das Vorgehen bei kumulativen Verfahren erläutert. Es wird zunächst eine Schätzung durchgeführt für die Zahl von Beobachtungswerten, die aufgrund der Anzahl der Regressoren mindestens erforderlich ist. Anschließend wird die Zahl der Beobachtungswerte um 1 erhöht und es wird eine erneute Schätzung vorgenommen. In dieser

Weise wird so lange fortgefahren, bis in der letzten Schätzung alle T Beobachtungswerte verwendet werden. Aus der so gewonnenen Folge von Schätzwerten lassen sich Kriterien für die Stabilität der Schätzung gewinnen.

Innerhalb der beiden grundsätzlichen Vorgehensweisen sind verschiedene Modifikationen möglich. So können bei den divisiven Verfahren mehr als zwei Teilbereiche gebildet werden¹. Außerdem werden manchmal einige t^* benachbarte Beobachtungswerte nicht berücksichtigt. Bei den kumulativen Verfahren kann die Schrittweite variiert werden, d. h. anstatt eines Wertes können bei jedem Schritt zwei oder mehr zusätzliche Werte in den Stützbereich für die Schätzung aufgenommen werden.

4.1.3 Überblick

Die oben kurz skizzierten divisiven Verfahren stellen das übliche Vorgehen bei der hier untersuchten Problemstellung dar. Im folgenden sollen ihnen kumulative Verfahren unter Verwendung sog. rekursiver Residuen mit skalarer Varianz-Kovarianz Matrix gegenübergestellt werden. Abgesehen von den noch darzustellenden Signifikanztests eignen sich kumulative Verfahren auch besonders gut zur graphischen Veranschaulichung der untersuchten Sachverhalte.

Die grundlegende Vorstellung stammt aus dem Bereich der Qualitätskontrolle. Ein hier häufig angewandtes Verfahren stellt die CUSUM (cumulated sum) - Technik dar.

¹ Vgl. dazu etwa MÜNNICH, F.E.: Verallgemeinerung eines Tests von Chow, Statistische Hefte, N.F. Bd. 11 (1970), S. 153-159.

Dabei werden die Abweichungen des tatsächlichen Prozesses (beispielsweise eines Fertigungsprozesses) von einem bestimmten Zielwert kumuliert. Verläuft der Prozeß störungsfrei, dann ist zu erwarten, daß die kumulierte Summe der Abweichungen um Null schwankt. Treten systematische Abweichungen vom Zielwert des Prozesses auf, so schlagen diese sich in systematischen Veränderungen der kumulierten Summe nieder. Dies soll an einem Beispiel verdeutlicht werden.

Im oberen Teil von Abbildung 2 sind 60 normalverteilte Zufallszahlen aufgetragen. Die ersten 30 stammen aus einer Normalverteilung mit Erwartungswert 0 und Standardfehler 1. Die übrigen 30 sind einer Normalverteilung mit gleichem Standardfehler aber mit dem Mittelwert 0,25 entnommen. Die Veränderung des Mittelwertes ist in dieser Darstellung kaum zu erkennen.

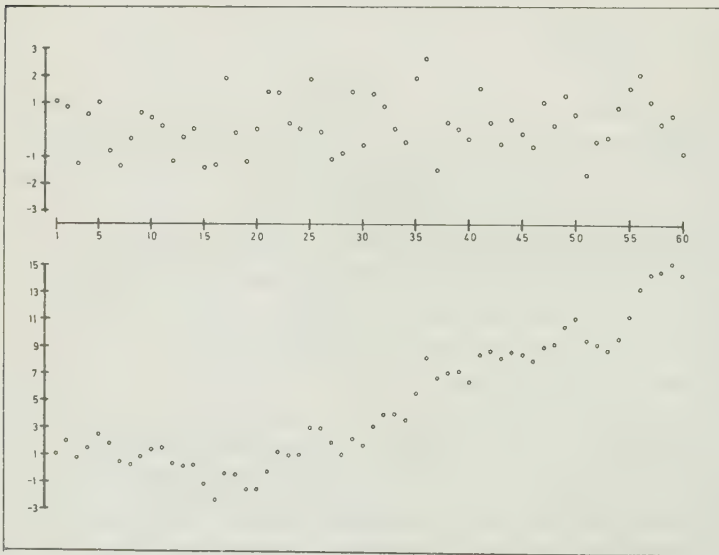


Abb. 2: Kumulierte Summe normalverteilter Zufallszahlen bei einmaliger Änderung des Mittelwertes¹.

¹ Das Beispiel ist konstruiert in Anlehnung an WOODWARD, R.H., GOLDSMITH, P.L.: Cumulative Sum Charts, Mathematical and Statistical Techniques for Industry, Monograph No. 3, London 1964, S. 4.

Im unteren Teil des Schaubildes ist unter der Hypothese, daß der Mittelwert für alle 60 Werte Null beträgt, die kumulierte Summe der Abweichungen von diesem Mittelwert aufgetragen. Man sieht, daß sich im Verlauf der kumulierten Summe eine positive Abweichung vom Mittelwert als positive Steigung bemerkbar macht. Analog bewirkt eine negative Abweichung vom Mittelwert einen fallenden Verlauf der kumulierten Summe.

In Abbildung 3 ist ein ähnliches Beispiel dargestellt mit dem Unterschied, daß der Mittelwert sich zweimal verändert. Die ersten 20 Zufallszahlen entstammen wiederum einer Normalverteilung mit Mittelwert 0 und Standardabweichung 1. Für die nächsten 20 beträgt der Mittelwert 0,25 und für die restlichen 20 wiederum 0. Dieses Beispiel verdeutlicht, daß die Lage der Kurve

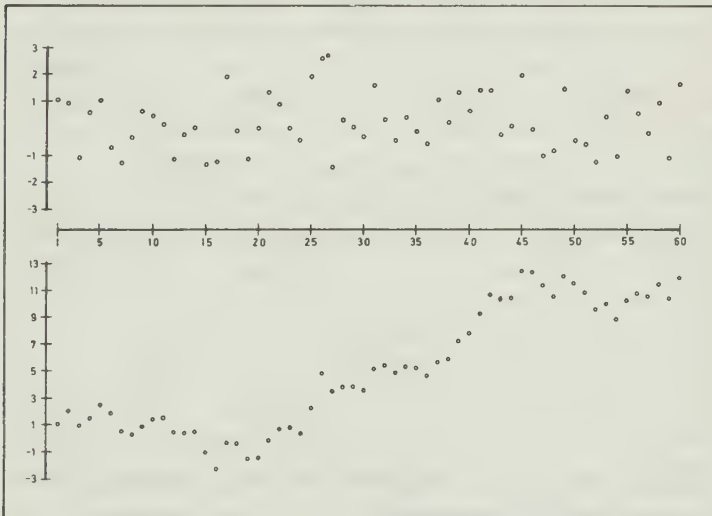


Abb. 3: Kumulierte Summe normalverteilter Zufallszahlen bei zweimaliger Änderung des Mittelwertes.

der kumulierten Summe von untergeordneter Bedeutung ist; ausschlaggebend ist der Verlauf im Vergleich zur "Ziellinie". Immer dann, wenn der Mittelwert des Prozesses mit dem "wahren" Mittelwert übereinstimmt, verläuft die Kurve parallel zur "Ziellinie", die nicht immer die Waagerechte sein muß.

Interpretiert man das "wahre" Regressionsmodell $y = Xb$ als Zielwert und das geschätzte Modell $\hat{y} = Xb$ als tatsächlichen Prozeß, so läßt sich die hier skizzierte Technik zur Überprüfung der Konstanz der Struktur verwenden¹.

Graphische Darstellungen in der Form der Abbildungen 2 und 3 tragen dem Anliegen Rechnung, die Ergebnisse der Schätzung nicht nur nach summarischen Statistiken ohne große Aussagekraft zu beurteilen, sondern vielmehr die Wirkung einzelner Beobachtungen stärker in die Betrachtung einzubeziehen. Dadurch ist es u. a. möglich, die Qualität der Daten besser zu beurteilen und so Fehlschlüsse bezüglich der Verletzung grundlegender (stochastischer) Modellannahmen möglicherweise zu vermeiden. Deshalb wird auf die Möglichkeit der graphischen Veranschaulichung im folgenden häufig zurückgegriffen.

Die Eigenschaften ausgewählter Verfahren werden anhand von Monte-Carlo Experimenten untersucht. Es wird von einem Regressionsansatz mit drei erklärenden Variablen ausgegangen. Für die Parameter werden folgende Werte

1 Ein solcher Ansatz weist gewisse Beziehungen zur Kontrolltheorie auf, die besonders in der amerikanischen Literatur in zunehmendem Maße auch auf ökonomische Fragestellungen angewandt wird. Ein wichtiges Forum für diese Diskussion stellt die Zeitschrift "Annals of Economic and Social Measurement" dar. Einen guten Überblick über die Beziehungen zwischen Kontrolltheorie und Ökonometrie gibt MEHRA, R.K.: Identification in Control and Econometrics. Similarities and Differences, Annals of Economic and Social Measurement, Vol. 3 (1974), S. 21-47.

angenommen:

$$\beta_1 = 20,0 \text{ , } \beta_2 = 0,5 \text{ , } \beta_3 = -0,75 \text{ , } \beta_4 = 1,5$$

Die Monte-Carlo Studien dienen außerdem dazu, ausgewählte Testverfahren bezüglich bestimmter Kriterien zu vergleichen. Die Einzelheiten der Monte-Carlo Untersuchung sind im Anhang B erläutert.

4.2 Divisive Verfahren

4.2.1 Chow-Test

Als erste der divisiven Methoden soll kurz das Testverfahren von CHOW¹ dargestellt werden. Der Chow-Test ist das Verfahren, das in der Vergangenheit bei der Untersuchung struktureller Änderungen am häufigsten angewandt worden ist. Der Test ist formuliert für eine Zerlegung des Stützbereichs in zwei Teilbereiche. Ausgehend von dieser (vorgegebenen) Zerlegung sollen im wesentlichen die beiden folgenden Fragen beantwortet werden²:

- (1) Ist die Beziehung für die beiden Teilbereiche stabil, sind die numerischen Werte aller Koeffizienten also konstant?

und

- (2) Sind Teile der Beziehung für die beiden Teilbereiche stabil, gilt die numerische Konstanz für einen Teil der Koeffizienten?

1 CHOW, G.C.: Tests of Equality ..., a.a.O.

2 Vgl. ebenda, S. 591.

Beide Fragestellungen gehen zunächst von identischer Spezifizierung für beide Teilperioden aus und werden deshalb von der Definition der Stabilität im zweiten Kapitel¹ abgedeckt. Dadurch aber, daß nach der Aufteilung einige der Koeffizienten für einen der beiden Teilbereiche nicht mehr gegen Null gesichert sein können, kann sich eine Veränderung in der Spezifikation ergeben.

Die Überprüfung der aus den beiden Fragen formulierten Hypothesen wird mit Hilfe des F-Tests vorgenommen. Dabei wird jeweils davon ausgegangen, daß die Aufteilung Regressionsschätzungen für beide Teilbereiche zuläßt, daß also die Anzahl der Beobachtungswerte in beiden Teilbereichen größer ist als die Anzahl der zu schätzenden Koeffizienten ($T_1 > K < T_2$).

Das erste der beiden obigen Probleme läßt sich dann wie folgt darstellen²:

$$y_i = x_i \beta_i + u_i, \quad i=1,2, \quad (4.14)$$

mit T_1 und T_2 Beobachtungswerten für aufeinanderfolgende Teilperioden i . Die Nullhypothese lautet $\beta_1 = \beta_2 = \beta$. Die beiden Modelle können zusammengefaßt werden zu

$$y \equiv \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 & 0 \\ 0 & x_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = x^* \beta + u. \quad (4.15)$$

¹ Vgl. dazu S. 22 dieser Arbeit.

² Die Darstellung ist angelehnt an FISHER, F.M.: Tests of Equality Between Sets of Coefficients in Two Linear Regressions: An Expository Note, *Econometrica*, Vol. 38 (1970), S. 361-366.

Das Modell unter der Nullhypothese lautet¹:

$$y = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \beta + u \equiv x\beta + u . \quad (4.16)$$

Dabei gilt

$$x = x^* \begin{bmatrix} I_{T_1} \\ I_{T_2} \end{bmatrix} . \quad (4.17)$$

Bezeichnet man den Vektor der KQ-Residuen für das Modell (4.16) mit e und den zusammengefaßten Vektor der KQ-Residuen für die beiden Teilmodelle (4.14) bzw. (4.15) mit e^* , so folgt die Testgröße

$$F = \frac{(e'e - e^*e^*)/K}{e^*e^*/(T_1+T_2-2K)} \quad (4.18)$$

einer F-Verteilung mit $v_1=K$ und $v_2=(T_1+T_2-2K)$ Freiheitsgraden. K bezeichnet dabei die Anzahl der Koeffizienten.

Die zweite Fragestellung kann in einem sehr ähnlichen formalen Rahmen behandelt werden. Das Ausgangsmodell lautet

$$y_i = x_i\beta_i + z_i\gamma_i + u_i , \quad i=1,2 . \quad (4.19)$$

¹ Auch hier wird nicht explizit unterschieden zwischen dem Absolutglied und den "eigentlichen" Regressionskoeffizienten. Vgl. dazu Fußnote 2 auf S. 43.

Der Parametervektor für jedes Teilmodell i ist aufgeteilt in einen Vektor β_i mit K_1 Elementen und einen Vektor γ_i mit K_2 Elementen. Es soll überprüft werden, ob ein Teil der Koeffizienten für beide Teilbereiche übereinstimmt. Die Nullhypothese lautet: $\beta_1 = \beta_2 = \beta$. Dabei wird analog zur ersten Fragestellung angenommen, daß $T_1 > K_1 + K_2 < T_2$ gilt.

Das nichtbedingte Modell kann kompakt geschrieben werden als

$$y \equiv \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 & 0 & z_1 & 0 \\ 0 & x_2 & 0 & z_2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \gamma_1 \\ \gamma_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

$$= x^* \delta + u .$$

Das bedingte Modell unter der Hypothese $\beta_1 = \beta_2 = \beta$ lautet dann

$$y = \begin{bmatrix} x_1 & z_1 & 0 \\ x_2 & 0 & z_2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \beta \\ \gamma_1 \\ \gamma_2 \end{bmatrix} + u . \quad (4.21)$$

Es sei e der Vektor der KQ-Residuen für das bedingte Modell (4.21) und e^* der zusammengefaßte Vektor der Residuen der beiden Teilmodelle (4.19) bzw. (4.20).

Die Nullhypothese $\beta_1 = \beta_2$ läßt sich dann testen mit Hilfe der F-verteilten Größe

$$F = \frac{(e'e - e^*e^*)/K_1}{e^*e^*/(T_1+T_2-2K_1-2K_2)} \quad (4.22)$$

mit $v_1=K_1$ und $v_2=(T_1+T_2-2K_1-2K_2)$ Freiheitsgraden¹.

Übersteigt der Wert von F in (4.18) bzw. (4.22) die bei einem bestimmten Signifikanzniveau vorgegebene F-Schranke, dann kann H_0 bei diesem Signifikanzniveau nicht angenommen werden. Für die erste Fragestellung lautet die Testfolgerung:

Wenigstens einer der Koeffizienten β_j ($j=1, \dots, K$) nimmt mit der durch das Signifikanzniveau gegebenen Sicherheitswahrscheinlichkeit für die beiden Teilbereiche unterschiedliche Werte an. Inbezug auf die zweite Fragestellung gilt die Testfolgerung analog für β_j ($j=1, \dots, K_1$).

In vielen empirischen Untersuchungen werden strukturelle Änderungen - insbesondere wenn sie nur bei einem Teil der Koeffizienten auftreten - durch Dummyvariablen berücksichtigt. Aber abgesehen davon, daß die Verwendung von Dummyvariablen lediglich eine Hilfskonstruktion ist und bei empirischen Untersuchungen nur den letzten Ausweg darstellen sollte, ist es oft nicht leicht oder gar unmöglich, den genauen Definitionsbereich für die beiden Zustände der (0,1)-Vari-

¹ Die Tests nach (4.18) und (4.22) setzen voraus, daß die Störvarianz für beide Teilbereiche konstant ist. Diese Bedingung wird hier als erfüllt angesehen und nicht weiter untersucht.

ablen anzugeben¹. Diese Kritik trifft ebenso für die Aufteilung der Schätzperiode zu, die den beiden oben kurz erläuterten Testverfahren zugrunde liegt.

"The difficulty in applying some of these tests, like Chow's test for example, is that one does not really know how to divide the sample period into a number of separate periods to test against each other. The difficulty about Chow's test in practice is that, by slightly varying the actual break that you make, you can get very different results.... In other words the problem is to find an optimum efficient way of breaking up the overall period. I suspect that slight variations in breaks can often cause acute variations in the results."²

Sofern keine sicheren externen Informationen vorliegen, nach denen die Aufteilung vorgenommen werden kann, ist möglicherweise folgendes trial-and-error Verfahren anwendbar: Man berechnet die Testgrößen (4.18) bzw. (4.22) für verschiedene Aufteilungen und wählt dann diejenige aus, für die unter Berücksichtigung der jeweiligen Freiheitsgrade die Wahrscheinlichkeit, die falsche Nullhypothese zu verwerfen, möglichst groß wird.

¹ In vielen theoretischen Abhandlungen und Darstellungen in Lehrbüchern wird das Beispiel von Untersuchungen angeführt, die sich auf eine Vor- und eine Nachkriegsperiode erstrecken. Dieses Beispiel dürfte jetzt kaum noch praktische Bedeutung haben. Eine sinnvolle Anwendung, die auch am ehesten noch von Bedeutung für die Praxis ist, besteht in der Verwendung von Dummyvariablen zur Erfassung von Saisoneinflüssen bei unterjährigen Daten.

² BALL, R.J.: Diskussion zu MENGES, G., DIEHL, H.: Time Stability of Structural Parameters, In: HART, P.E., MILLS, G., WHITAKER, J.K. (Eds.): Econometric Analysis for National Economic Planning, London 1964, S. 318.

4.2.2 Likelihood-Ratio Test

Ein Verfahren, das diese Maximierung der Wahrscheinlichkeit von vornherein mit einbezieht, ist der Likelihood-Ratio Test von QUANDT¹.

Ausgangspunkt sind wiederum die beiden Teilmodelle

$$y_i = x_i' \beta_i + u_i, \quad i=1,2. \quad (4.14)$$

Bei Vorliegen einer strukturellen Änderung nach der Beobachtung t^* gelten dann für die einzelnen Beobachtungen jeweils die folgenden Beziehungen:

$$y_t = x_t' \beta_1 + u_{1t} \quad \text{für } t = 1, \dots, t^* \quad (4.23a)$$

und

$$y_t = x_t' \beta_2 + u_{2t} \quad \text{für } t = t^* + 1, \dots, T. \quad (4.23b)$$

Die u_1 und u_2 seien normal und unabhängig verteilte Zufallsvariablen mit dem Erwartungswert 0 und den Standardabweichungen σ_1 und σ_2 . Für die einzelnen Elemente von u_1 und u_2 gelten dann die Dichtefunktionen

$$g_1 = \left[\frac{1}{2\pi\sigma_1^2} \right]^{\frac{t^*}{2}} \exp - \left[\frac{1}{2\sigma_1^2} \sum_{t=1}^{t^*} (y_t - x_t' \beta_1)^2 \right] \quad (4.24a)$$

und

$$g_2 = \left[\frac{1}{2\pi\sigma_2^2} \right]^{\frac{T-t^*}{2}} \exp - \left[\frac{1}{2\sigma_2^2} \sum_{t=t^*+1}^T (y_t - x_t' \beta_2)^2 \right]. \quad (4.24b)$$

¹ QUANDT, R.E.: The Estimation of the Parameters of a Linear Regression System Obeying Two Separate Regimes, JASA, Vol. 53 (1958), S. 873-880.

Als Likelihoodfunktion für den gesamten Beobachtungsbereich erhält man

$$L = \left[\frac{1}{2\pi\sigma_1^2} \right]^{\frac{t^*}{2}} \left[\frac{1}{2\pi\sigma_2^2} \right]^{\frac{T-t^*}{2}} \exp \left[-\frac{1}{2\sigma_1^2} \sum_{t=1}^{t^*} (y_t - x_t' \beta_1)^2 - \frac{1}{2\sigma_2^2} \sum_{t=t^*+1}^T (y_t - x_t' \beta_2)^2 \right]. \quad (4.25)$$

Die logarithmierte Likelihoodfunktion $l = \ln(L)$ lautet

$$l = -\frac{t^*}{2} \ln(2\pi\sigma_1^2) - \frac{T-t^*}{2} \ln(2\pi\sigma_2^2) - \frac{1}{2\sigma_1^2} \sum_{t=1}^{t^*} (y_t - x_t' \beta_1)^2 - \frac{1}{2\sigma_2^2} \sum_{t=t^*+1}^T (y_t - x_t' \beta_2)^2. \quad (4.26)$$

Setzt man die partiellen Ableitungen von (4.27) nach β_1 und β_2 gleich Null und löst auf, so erhält man Schätzwerte b_1 und b_2 , die den üblichen KQ-Schätzwerten entsprechen.

Bildet man die partiellen Ableitungen von (4.27) nach σ_1^2 und σ_2^2 , erhält man nach Nullsetzen und Auflösen Formeln für die Schätzwerte s_1^2 und s_2^2 unter Verwendung von b_1 und b_2 ,

$$s_1^2 = \frac{\sum_{t=1}^{t^*} (y_t - x_t' b_1)^2}{t^*} \quad (4.27a)$$

und

$$s_2^2 = \frac{\sum_{t=t^*+1}^T (y_t - x_t' b_2)^2}{T-t^*}. \quad (4.27b)$$

Nach Einsetzen von (4.27a) und (4.27b) in (4.26) ergibt sich die konzentrierte Likelihoodfunktion¹

$$l(t^*) = -T \cdot \ln \sqrt{2\pi} - t^* \ln s_1 - (T-t^*) \ln s_2 - \frac{T}{2} \quad (4.28)$$

Die konzentrierte Likelihoodfunktion enthält als Argument nur noch den Beobachtungspunkt t^* nach dem die Strukturänderung eintritt.

Da t^* eine nichtstetige Variable ist, kann das Maximum von (4.28) nicht durch Bilden der ersten und zweiten Ableitung bestimmt werden. Es muß deshalb ein Suchverfahren angewendet werden, d. h. für jeden Wert von t^* wird $l(t^*)$ ermittelt. Es wird die Zerlegung $(1, \dots, t^*; t^*+1, \dots, T)$ ausgewählt, die den größten Wert für (4.28) liefert.

Als Test für die Hypothese, es liege für die so erhaltene Zerlegung keine Parameteränderung vor, verwendet QUANDT² einen Likelihood-Ratio Test.

Bezeichnet man allgemein mit Ω den gesamten Parameterraum, aus dem die Werte der Regressionsparameter stammen können, und mit $\omega \subset \Omega$ den durch die Nullhypothese begrenzten Teilraum, dann ist die Likelihood-Ratio definiert als

$$\lambda = \frac{L(\hat{\omega})}{L(\hat{\Omega})} \quad (4.29)$$

Dabei bezeichnet $L(\hat{\Omega})$ das ohne Parameterrestriktion gebildete Maximum der Likelihoodfunktion, während $L(\hat{\omega})$

¹ Die konzentrierte Likelihoodfunktion wird verwendet, wenn von den Parametern der Likelihoodfunktion unter einer speziellen Zielsetzung nur ein Teil relevant ist. Die konzentrierte Likelihoodfunktion enthält als Argument nur noch die interessierenden Parameter.

² QUANDT, R.E.: The Estimation ..., a.a.O., S. 876.

das Maximum der Likelihoodfunktion über dem Teilraum $\omega \in \Omega$ angibt¹.

Die Größe λ ist notwendig eine nichtnegative Zahl im Bereich $0 < \lambda \leq 1$. Unter der Nullhypothese (keine Parameterveränderung) nimmt λ den Wert 1 an. Bei Vorliegen von Parameteränderungen wird das Maximum der Likelihoodfunktion ohne Parameterrestriktion ($L(\hat{\omega})$) größer sein als $L(\hat{\omega})$, so daß λ kleiner als 1 ist.

Setzt man für $L(\hat{\omega})$ die Gleichung (4.25) ein und für $L(\hat{\omega})$ den entsprechenden Ausdruck unter der Annahme konstanter Parameter, so erhält man nach einigen Umformungen

$$\lambda = \frac{s_1^{t^*} \cdot s_2^{T-t^*}}{s^T} \quad (4.30)$$

mit s als Standardfehler der Schätzung über alle Beobachtungen.

Für jeden Wert von t^* kann λ bestimmt werden. Der Wert von t^* , der $L(\hat{\omega})$ maximiert, minimiert λ .

Leider ist aber die Verteilung von λ nicht bekannt, so daß kein exakter Test durchgeführt werden kann. Als Approximation hat QUANDT² die Größe $-2\log\lambda$ gewählt³, für die näherungsweise eine χ^2 -Verteilung mit $2(K-1+2)+1-(K-1+2)$ Freiheitsgraden angenommen wurde⁴.

1 Voraussetzung ist natürlich, daß das Maximum der Likelihoodfunktion existiert.

2 QUANDT, R.E.: The Estimation ..., a.a.O., S. 876 ff.

3 In diesem Fall bezeichnet $\log$ den natürlichen Logarithmus.

4 Vgl. z. B. MOOD, A.M., GRAYBILL, F.A., BOES, D.C.: Introduction to the Theory of Statistics, 3. Aufl. Tokio 1974, S. 440 ff.

In späteren Untersuchungen¹ hat sich jedoch gezeigt, daß die Approximation für den hier betrachteten Anwendungsfall sehr schlecht ist. Ein Grund dafür ist, daß t^* diskret ist. Dadurch ist nicht gewährleistet, daß die Ableitung der Likelihoodfunktion im Maximum verschwindet - eine Voraussetzung für die Anwendung der χ^2 -Verteilung.

Um auf die Verwendung der Likelihood-Ratio nicht vollständig verzichten zu müssen, ist zunächst zu überlegen, ob aus dem Verlauf von λ für verschiedene Werte von t^* Rückschlüsse auf das Vorliegen struktureller Änderungen gezogen werden können. Bei einer einmaligen Parameteränderung sollte λ ein deutliches Minimum aufweisen.

Abbildung 4 enthält eine graphische Veranschaulichung. Unter Verwendung des im Anhang B beschriebenen Simulationsmodells wurde λ für alle möglichen Partitionierungen des Beobachtungsbereichs in zwei Teilbereiche bestimmt. Da λ sehr kleine Werte annehmen kann, die für eine graphische Darstellung u. U. schlecht geeignet sind, wurde hierfür der Logarithmus von λ verwendet². Da die Logarithmierung eine Transformation darstellt, bei der Maxima und Minima nicht verändert werden, wird die Aussage hierdurch nicht beeinträchtigt.

Um die Auswirkung der Positionierung von t^* auf λ beurteilen zu können, wurden die Beispiele so konstruiert, daß der Parameter β_2 der ersten abhängigen

1 QUANDT, R.E.: Tests of the Hypothesis that a Linear Regression System Obeys Two Separate Regimes, JASA, Vol. 55 (1960), S. 324 ff.

2 Die Berechnung von λ sowie die weiter unten dargestellten kumulativen Verfahren sind in dem Programmpaket TIMVAR zusammengefaßt, das mir freundlicherweise vom Central Statistical Office, London, zur Verfügung gestellt wurde. In TIMVAR wird anstelle von $\log \lambda$ mit $\log_{10} \lambda$ gearbeitet. Die folgenden Ausführungen beziehen sich deshalb auf den Zehnerlogarithmus von λ .

Variablen bei $t=15$, $t=30$ oder $t=45$ einer Änderung von $+0,5$ unterliegt. Der Standardfehler der Störvariablen beträgt in allen drei Fällen $10,0$. Es ist darauf hinzuweisen, daß in Abbildung 4 für $t=1, \dots, 4$ und $t=56, \dots, 60$ keine Werte existieren, da zur Schätzung der Koeffizienten mindestens vier Beobachtungswerte benötigt werden.

In allen drei Ebenen der Abbildung 4 weist λ für den vorgegebenen Wert von t^* ein relativ eindeutiges Minimum auf. Aus dem Vergleich der drei Kurven wird deutlich, daß die Likelihood-Ratio Statistik dann die größte Aussagekraft haben wird, wenn die Struktur-

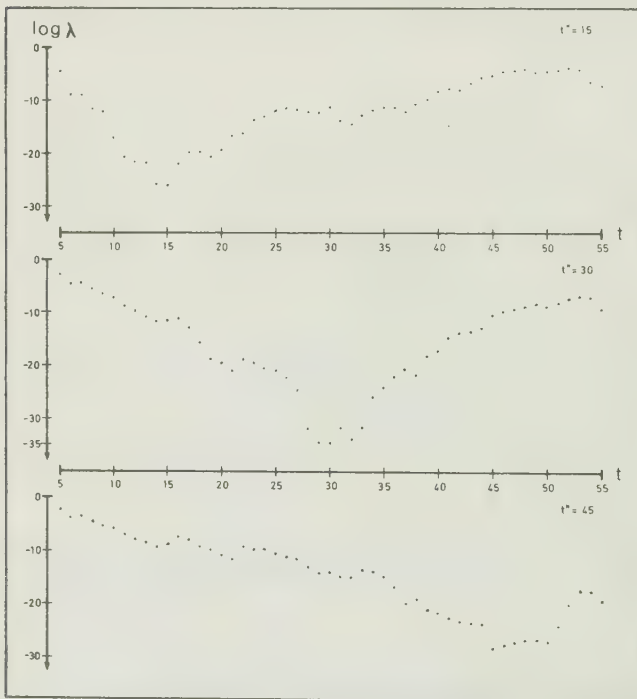


Abb. 4: Likelihood-Ratio ($\log_{10} \lambda$) für drei verschiedene Werte von t^* .

änderung in der Mitte des Stützbereichs auftritt.

Ein so klares Bild wie in Abbildung 4 wird allerdings bei empirischen Untersuchungen nicht zu erwarten sein. Es können u. U. mehrere lokale Minima auftreten. Außerdem kann der Verlauf von λ (bzw. $\log \lambda$) an den Enden des Stützbereichs irregulär sein, da die Schätzung der Fehlervarianz für den jeweils kleineren Teilbereich dort nur auf sehr wenigen Beobachtungswerten beruht. Dies ist in Abbildung 4 jeweils am rechten Ende der Kurven andeutungsweise zu erkennen.

In diesen Fällen kommt man nicht ohne externe Informationen aus, um entscheiden zu können, ob eine Strukturänderung vorliegt oder nicht. Weitere Hilfestellung würde ein statistischer Test geben. Wendet man die Approximation von $-2\log \lambda$ durch die χ^2 -Verteilung auf die Beispiele in Abbildung 4 an, so führt der Test in allen drei Fällen mit hoher Sicherheitswahrscheinlichkeit zur Ablehnung der Nullhypothese.

4.2.3 Ex-post Prognosen

Als eines der wichtigsten Kriterien zur Überprüfung der Güte eines Modells gilt allgemein die Prognose-tauglichkeit. Es wird deshalb häufig so verfahren, daß eine bestimmte Anzahl von Beobachtungswerten für die abhängige Variable und für die unabhängigen Variablen, die für die Schätzung hätten verwendet werden können, "aufgespart" wird. Für die (bekannten) Werte der abhängigen Variablen werden dann mit der ge-

geschätzten Struktur Prognosen durchgeführt¹. Anhand der Prognosefehler kann dann die Güte des Modells überprüft werden².

Dieser Ansatz kann auch für einen Test auf Strukturkonstanz verwendet werden³. Es sei $T+\tau$ die Anzahl der Beobachtungswerte, die insgesamt zu dem Zeitpunkt, in dem die Schätzung durchgeführt werden soll, zur Verfügung stehen. Zur Schätzung werden aber tatsächlich nur T Werte verwendet. Als Regressionsansatz erhält man

$$y_T = X_T \beta_T + u_T \quad (4.31)$$

Für diesen Ansatz sollen die üblichen Annahmen (einschließlich der Normalverteilung für die Störvariablen) gelten, wie sie schon im dritten Kapitel getroffen worden sind.

Unter diesen Annahmen können für die restlichen τ Beobachtungswerte der abhängigen Variablen mithilfe des KQ-Schätzwertes b_T für den Parametervektor β_T beste, lineare, unverzerzte Prognosewerte

$$\hat{y}_\tau = X_\tau b_T \quad (4.32)$$

ermittelt werden. Die Prognosefehler

1 Diese Vorgehensweise ist nicht unumstritten. Häufig wird argumentiert, daß die bekannten, aber nicht verwendeten Beobachtungswerte die Spezifikation des Modells beeinflussen. Ein Test unter Verwendung dieser Beobachtungen ist dann zugunsten des zu testenden Modells verzerrt. Vgl. für eine Diskussion dieses Problems CHRIST, C.F., a.a.O., S. 546 ff.

2 Siehe dazu THEIL, H.: Applied Economic Forecasting, Amsterdam 1966, S. 78-124.

3 Vgl. dazu DHRIMES, P.J. et al.: Criteria for Evaluation of Econometric Models, Annals of Economic and Social Measurement, Vol. 1 (1972), S. 306 ff. und JORGENSON, D.W., HUNTER, J., NADIRI, M.I.: The Predictive Performance ..., a.a.O., S. 216 f.

$$e_{\tau} = \hat{y}_{\tau} - y_{\tau} \quad (4.33)$$

sind normalverteilt mit dem Erwartungswert Null und der Varianz-Kovarianz Matrix¹

$$E(e_{\tau} e'_{\tau}) = \sigma^2 \left[I_{\tau} + X_{\tau} (X'_{\tau} X_{\tau})^{-1} X'_{\tau} \right] = V(e_{\tau}) \quad (4.34)$$

Unter der Normalverteilungsannahme ist die quadratische Form

$$v_{\tau}^2 = e'_{\tau} \left[V(e_{\tau}) \right]^{-1} e_{\tau} \quad (4.35)$$

χ^2 -verteilt mit τ Freiheitsgraden.

Aus der Schätzung mit T Beobachtungswerten erhält man $e'_T e_T / (T-K)$ als Schätzwert für die Residualvarianz. Unter der Normalverteilungsannahme für die Störvariablen ist die Größe

$$v_T^2 = \frac{T-K}{\sigma^2} \cdot \frac{e'_T e_T}{T-K} = \frac{e'_T e_T}{\sigma^2} \quad (4.36)$$

χ^2 -verteilt mit $(T-K)$ Freiheitsgraden.

Der Quotient aus (4.35) und (4.36), jeweils korrigiert um die Zahl der Freiheitsgrade, also

$$F = \frac{v_{\tau}^2 / \tau}{v_T^2 / (T-K)} = \frac{e'_{\tau} \left[I_{\tau} + X_{\tau} (X'_{\tau} X_{\tau})^{-1} X'_{\tau} \right]^{-1} e_{\tau} / \tau}{e'_T e_T / (T-K)} \quad (4.37)$$

ist bei unveränderter Struktur F-verteilt mit $v_1 = \tau$ und $v_2 = (T-K)$ Freiheitsgraden.

(4.37) kann als Testgröße verwendet werden, um das Fortbestehen der für die Schätzung getroffenen Annahmen bezüglich der Stabilität zu überprüfen.

¹ Vgl. für den Fall $\tau=1$ etwa JOHNSTON, J., a.a.O., S. 154.

Verändert sich der Parametervektor nach dem T-ten Beobachtungswert, so liegen zwei strukturell unterschiedliche Ansätze für die beiden Teilbereiche vor, nämlich

$$y_T = x_T \beta_T + u_T \quad (4.38a)$$

und

$$y_\tau = x_\tau \beta_\tau + u_\tau . \quad (4.38b)$$

Unter dieser Voraussetzung sind die Prognoseschätzwerte (4.32) verzerrt. Die Prognosefehler (4.33) haben den Erwartungswert

$$E(e_\tau) = x_\tau (\beta_T - \beta_\tau) . \quad (4.39)$$

Aus (4.35) erhält man dann in Verbindung mit (4.34) und (4.39) als Erwartungswert der quadratischen Form v_τ^2

$$E(v_\tau^2) = \frac{1}{\sigma^2} (\beta_T - \beta_\tau)' x_\tau' \left[I_\tau + x_\tau (x_T' x_T)^{-1} x_\tau' \right]^{-1} x_\tau (\beta_T - \beta_\tau) + \tau \quad (4.40)$$

Aus (4.40) folgt, daß große Differenzen zwischen β_T und β_τ zu großen Werten für die Testgröße (4.37) führen.

4.3 Kumulative Verfahren

4.3.1 Rekursive Residuen

Die im folgenden behandelten Verfahren beruhen auf sog. rekursiven Residuen. Wie sich zeigen wird, hat diese Bezeichnung keine besondere inhaltliche Bedeutung. Sie bezieht sich darauf, daß diese Residuen über rekursive Algorithmen bestimmt werden können. Die Algorithmen ermöglichen es, beim Anfallen neuer Daten die KQ-Schätzwerte zu aktualisieren, ohne daß das Modell völlig neu geschätzt werden muß¹. An Informationen sind lediglich die für den bisherigen Stützbereich ermittelten Parameterschätzwerte, die Matrix der erklärenden Variablen für diesen Stützbereich und der Vektor der neu angefallenen Werte für die erklärenden Variablen notwendig².

Die Vorteile dieser Verfahren liegen in dem erheblich verringerten Speicherbedarf und in einer gewissen Zeitersparnis. Angesichts der Kapazität der heutigen Rechenanlagen fallen diese Vorteile nicht unbedingt stark ins Gewicht. Der Anwendungsschwerpunkt der Algorithmen liegt deshalb in gewissen technischen Bereichen, in denen eine schnelle "on line" Verarbeitung neuer Informationen notwendig ist; es sind allerdings

1 Siehe z. B. CHAMBERS, J.M.: Regression Updating, JASA, Vol. 66 (1971), S. 744-748, RIDDELL, C.: Recursive Estimation Algorithms for Economic Research, Annals of Economic and Social Measurement, Vol. 4 (1975), S. 397-406, ALBERT, A., SITTLER, R.W.: A Method for Computing Least Square Estimators that Keep up with the Data, Journal SIAM Control, Ser. A. Vol. 3 (1966), S. 384-417.

2 Die Algorithmen sind im Anhang A.1 und A.2 dargestellt.

auch sinnvolle Einsatzmöglichkeiten im ökonomischen Bereich vorstellbar¹.

Wie im Abschnitt 4.1.2 dargestellt worden ist, besteht das Prinzip der kumulativen Verfahren darin, Schätzungen mit sukzessiv erhöhtem Stichprobenumfang durchzuführen und aus den mit diesem Vorgehen gewonnenen Informationen Aussagen über die Stabilität der Struktur des untersuchten Modells abzuleiten. Für eine solche Aussage sind die aus den sukzessiv erhöhten Stichprobenumfängen ermittelten Schätzwerte für die Koeffizienten wenig geeignet, da sie nicht voneinander unabhängig sind. Als weiteres Ergebnis dieser Vorgehensweise lassen sich aber die rekursiven Residuen ermitteln, die sich aufgrund ihrer Eigenschaften zur Konstruktion von Testgrößen eignen.

Die rekursiven Residuen gehören zur Klasse der im Abschnitt 4.1.1 vorgestellten Schätzwerte mit skalarer Varianz-Kovarianz Matrix. Wie dort gezeigt, weist der Vektor dieser Schätzwerte nur $(T-K)$ Elemente auf, so daß K der insgesamt T Beobachtungswerte zur Bestimmung der Schätzwerte vernachlässigt werden. Für die rekursiven Residuen sind dies die ersten K Beobachtungen. Die Berechnung geht wie folgt vor sich. Zunächst wird eine Regressionsschätzung für die ersten $r-1$ ($r=K+1, \dots, T$) Beobachtungswerte durchgeführt. Diese Regression liefert einen Schätzwert² b_{r-1} für den

1 So läßt sich die Stabilitätsprüfung, die FAIR für sein Modell durchführt, mit den rekursiven Algorithmen vornehmen. Vgl. dazu den Abschnitt 2.1 dieser Arbeit.

2 Wie im Kapitel 3 gibt der Index der Matrizen und Vektoren im folgenden wieder den Zeitpunkt bzw. Zeitraum an, auf den sie sich beziehen.

Vektor der Regressionsparameter β . Mithilfe dieses Vektors wird der Prognosefehler für die r -te Beobachtung der abhängigen Variablen $(y_r - x_r' b_{r-1})$ berechnet¹.

Die rekursiven Residuen sind dann definiert als

$$w_r = \frac{y_r - x_r' b_{r-1}}{d_r}, \quad r = K+1, K+2, \dots, T, \quad (4.41)$$

mit

$$d_r = \left[1 + x_r' (x_{r-1}' x_{r-1})^{-1} x_r \right]^{1/2}.$$

Da sich sowohl die im Nenner von (4.41) enthaltene Inverse als auch der Koeffizientenvektor b für die auf die Periode $r-1$ folgenden Perioden rekursiv bestimmen lassen, können auch die rekursiven Residuen berechnet werden². Sie sind nach Formel (4.41) der standardisierte Prognosefehler für die jeweils folgende Periode.

Es läßt sich zeigen, daß die Größen w_r für ein Regressionsmodell mit den Annahmen

- (1) $E(u) = 0$
- (2) $E(uu') = \sigma^2 I_T$
- (3) $\beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_T = \beta$

1 Dabei bezeichnet x_r' den Vektor der erklärenden Variablen und y_r den Wert der abhängigen Variablen für die r -te Beobachtung.

2 Diese Darstellung bezieht sich wiederum auf Zeitreihenuntersuchungen; es ist aber offensichtlich, daß das Kriterium, nach dem die Beobachtungen angeordnet sind, keine Rolle spielt.

und unter der zusätzlichen Annahme der Normalverteilung für die Störvariablen folgende Eigenschaften besitzen¹:

$$E(w_r) = 0 \quad \left. \vphantom{\begin{matrix} E(w_r) \\ E(w_r^2) \end{matrix}} \right\} \quad \text{für } r=K+1, K+2, \dots, T, \quad (4.42a)$$

$$E(w_r^2) = \sigma^2 \quad \left. \vphantom{\begin{matrix} E(w_r) \\ E(w_r^2) \end{matrix}} \right\} \quad (4.42b)$$

$$E(w w') = \sigma^2 I_{T-K}, \quad (4.42c)$$

$$w_r \text{ normalverteilt mit } (0, \sigma^2). \quad (4.42d)$$

Der (T-K)-Vektor der rekursiven Residuen weist also im Gegensatz zu den KQ-Residuen eine skalare Varianz-Kovarianz Matrix (4.42c) auf.

Analog zu den Ausführungen über BLUS-Residuen im Abschnitt 4.1.1 kann man den Vektor der rekursiven Residuen schreiben als

$$w = CY, \quad (4.43)$$

wobei die Matrix C die folgenden Eigenschaften besitzt²:

$$CX = 0 \quad (4.44a)$$

$$CC' = I_{T-K} \quad (4.44b)$$

$$C'C = I_T - X_T(X_T'X_T)^{-1}X_T' \quad (4.44c)$$

1 Die wichtigsten Nachweise sind im Anhang A.3 enthalten.

2 Vgl. dazu Anhang A.3.

Insbesondere die Eigenschaft (4.44c) ist von Bedeutung, da sie gewährleistet, daß die Quadratsumme der rekursiven Residuen mit der Quadratsumme der KQ-Residuen übereinstimmt¹.

Nach (4.41) stehen die rekursiven Residuen in direkter Beziehung zu den einzelnen Beobachtungspunkten. Sie bieten deshalb die Möglichkeit, das Regressionsmodell mit seinen Annahmen ständig zu überprüfen. Tritt z. B. von einem bestimmten Zeitpunkt t^* an eine Veränderung der Struktur auf, so wird sich dies in einem systematischen Prognosefehler und damit in einer systematischen Veränderung der rekursiven Residuen ausdrücken.

Im Abschnitt 4.1.3 ist dargestellt worden, daß sich systematische Abweichungen von einem als "wahr" angenommenen Prozeß besonders gut an der kumulierten Summe dieser Abweichungen feststellen lassen. Auch die kumulierte Summe der rekursiven Residuen reagiert auf Abweichungen zwischen dem als "wahr" unterstellten Modell und der Beziehung zwischen den tatsächlich verwendeten Beobachtungswerten. Der Verlauf dieser kumulierten Summe läßt also Rückschlüsse zu auf die zeitliche Stabilität der Struktur. Über diese anschauliche Methode hinaus läßt sich ein statistischer Test formulieren zur Überprüfung der Hypothese $H_0: \beta_K = \beta_{K+1} = \dots = \beta_T$. Ein weiterer Test, der ebenfalls

1 Es gilt nämlich $w'w = y'C'y = y'(I_T - X_T(X_T'X_T)^{-1}X_T')y$. Ebenso gilt für die KQ-Residuen $e'e = y'My$ mit $M = I_T - X_T(X_T'X_T)^{-1}X_T'$. Vgl. JOHNSTON, J., a.a.O., S. 127 f.

im folgenden dargestellt wird, geht von den quadrierten rekursiven Residuen aus¹.

4.3.2 Test über die kumulierte Summe der rekursiven Residuen (CUSUM-Test)

Die w_r sind bei Gültigkeit der Nullhypothese unabhängig normalverteilt mit dem Erwartungswert Null. Wenn β_t aber nur bis zu einem bestimmten Zeitpunkt $t=t^*$ konstant ist und sich danach verändert, werden die Stichprobenrealisationen² w_r für $r>t^*$ von diesem Erwartungswert abweichen und im Mittel von Null verschieden sein³. Wie im Abschnitt 4.1.3 gezeigt worden ist⁴, lassen sich solche Abweichungen durch Bestimmen der kumulierten Summe der w_r verdeutlichen. Dazu wird die Größe

$$W_r = \frac{1}{s} \sum_{j=K+1}^r w_j, \quad r=K+1, K+2, \dots, T, \quad (4.45)$$

gebildet. In dieser Formel bezeichnet s den Standardfehler der Schätzung für eine Regression über alle T Beobachtungswerte und dient als konstanter Skalierungsfaktor. Der Graph von W_r , abgetragen gegen r , zeigt

1 Aufgrund ihrer Eigenschaften sind die rekursiven Residuen auch anstelle der KQ-Residuen in Standardtestverfahren zur Überprüfung der Annahmen der Homoskedastizität und der fehlenden Autokorrelation verwendet worden. Vgl. dazu PHILLIPS, G.D.A., HARVEY, A.C.: A Simple Test for Serial Correlation in Regression Analysis, JASA, Vol. 69 (1974), S. 935-939, HARVEY, A.C., PHILLIPS, G.D.A.: A Comparison of the Power of Some Tests for Heteroscedasticity in the General Linear Model, JEC, Vol. 2 (1974), S. 307-316, HEDAYAT, A., ROBSON, D.S.: Independent Stepwise Residuals for Testing Homoscedasticity, JASA, Vol. 65 (1970), S. 1573-1581.

2 Es wird in der Symbolik nicht unterschieden zwischen Zufallsvariablen und Stichprobenrealisationen. Die Bedeutung der Symbole geht aber jeweils aus dem Zusammenhang hervor.

3 Vgl. hierzu BROWN, R.L., DURBIN, J., EVANS, J.M.: Techniques for Testing the Constancy of Regression Relationships over Time, JRSS, Ser. B, Vol. 37 (1975), S. 153 ff.

4 Vgl. die Abbildungen 2 und 3 auf S.82 bzw.83.

Abweichungen von der Nullhypothese durch positive bzw. negative Steigung an. Treten keine systematischen Abweichungen auf, so verläuft der Graph, von Zufallsschwankungen abgesehen, horizontal.

Dagegen sind in Abbildung 5 die drei Fälle dargestellt, die schon zur Illustration der Likelihood-Ratio verwendet worden sind¹. Wiederum verändert sich der Koeffizient β_2 um +0,5 bei $t=15$, $t=30$ bzw. $t=45$. In jeder der drei Kurven zeigt sich die Veränderung sehr deutlich. Nach zunächst tendenziell horizontalem Verlauf knicken die Kurven jeweils bei t^* nach oben ab. Wie

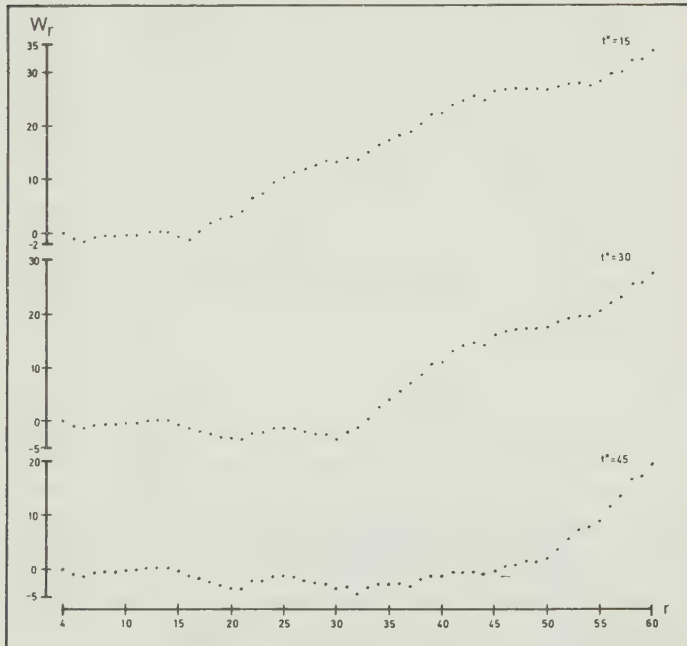


Abb. 5: Kumulierte Summe der rekursiven Residuen für drei verschiedene Werte von t^* .

¹ Vgl. Abb. 4 auf S. 6.

schon früher dargelegt wurde, drückt sich darin eine positive Abweichung vom "wahren" Prozeß aus.

Ein über die graphische Veranschaulichung hinausgehender Test der Nullhypothese könnte darin bestehen, zwei Linien zu definieren, die symmetrisch oberhalb und unterhalb der Linie der Nullhypothese liegen und für die die Wahrscheinlichkeit, daß W_r eine oder beide Linien überschreitet, gleich dem gewünschten Signifikanzniveau α ist¹.

Für die Ableitung eines solchen Tests sind die Eigenschaften von W_r von Bedeutung. Es läßt sich zeigen², daß bei Gültigkeit von H_0 die W_r ($r=K+1, \dots, T$) näherungsweise normalverteilte Zufallsvariablen sind mit

$$E(W_r) = 0, \quad (4.46a)$$

$$\text{Var}(W_r) = r-K \quad (4.46b)$$

und

$$\text{Cov}(W_r, W_{r'}) = \min(r, r') - K. \quad (4.46c)$$

Aus der Definition der rekursiven Residuen folgt $w_K=0$ und damit auch $W_K=0$. Der Pfad von W_r beginnt also bei 0 und die Inkremente $W_r - W_{r'}, (r' < r)$ sind Summen unabhängig normalverteilter Zufallsvariablen und deshalb selbst unabhängig normalverteilt. Die Varianz- und Kovarianzfunktionen sind nur von der Länge des betrachteten Intervalls $(r-K)$ bzw. $\min(r, r') - K$ abhängig.

1 Vgl. zum folgenden BROWN, P.L., DURBIN, J., EVANS, J.M.: Techniques for Testing ..., a.a.O., S. 153 f.

2 Zu den Nachweisen vgl. Anhang A.3.

Diese Eigenschaften von W_x stimmen überein mit denen des physikalischen Phänomens der Brown'schen Bewegung¹. Der Prozeß der Brown'schen Bewegung läßt sich abbilden durch den stochastischen Wiener-Prozeß. Der Verlauf von W_x kann deshalb näherungsweise approximiert werden durch den stochastischen Wiener-Prozeß $\{Z_t, K \leq t \leq T\}$ mit den Momentfunktionen (4.46a) bis (4.46c)².

Nach (4.46b) ist die Standardabweichung von Z_t gleich $\sqrt{t-K}$. Kurven, für die die Wahrscheinlichkeit, daß der Prozeß sie an irgendeinem Punkt zwischen $t=K$ und $t=T$ überschreitet, konstant ist, müßten von der Form $\pm \epsilon \sqrt{t-K}$ sein, wobei ϵ eine Konstante ist.

Beschränkt man sich vereinfachend auf Geraden, so kann die Überschreitungswahrscheinlichkeit nicht mehr für jedes t gleich sein. BROWN, DURBIN, EVANS³ gehen so vor, daß sie Geraden bestimmen, die in der Mitte zwischen $t=K$ und $t=T$ Tangenten an $\pm \epsilon \sqrt{t-K}$ sind. Das Ergebnis sind Geradenpaare durch die Punkte $\{K, \pm a \sqrt{T-K}\}$ und $\{T, \pm 3a \sqrt{T-K}\}$. Dabei ist a ein Parameter, der jeweils für ein bestimmtes Signifikanzniveau ermittelt werden muß.

Die Festlegung der kritischen Werte von a erfordert

1 Vgl. PARZEN, E.: Stochastic Processes, San Francisco, London, Amsterdam 1964, S. 27 ff.

2 Die Approximation ist strenggenommen nur bei einer sehr großen Anzahl von Beobachtungswerten möglich, da der Wiener-Prozeß ein kontinuierlicher Prozeß ist. Vgl. dazu im einzelnen PARZEN, E., a.a.O., S. 98 ff.

3 BROWN, R.L., DURBIN, J., EVANS, J.M.: Techniques for Testing ..., a.a.O., S. 153 f.

einen erheblichen mathematischen Aufwand und soll hier nicht nachvollzogen werden. DURBIN¹ hat folgende Wertepaare von α und a ermittelt:

$$\alpha=0,01 \quad , \quad a=1,143$$

$$\alpha=0,05 \quad , \quad a=0,948$$

$$\alpha=0,10 \quad , \quad a=0,850$$

Zum Vergleich mit diesen kritischen Werten ist aus der Stichprobe ein empirischer Wert für a zu bestimmen. Dazu wird ausgegangen von der kritischen Grenze, die ja durch eine Gerade der Form

$$y = c + d(r-K) \tag{4.47}$$

mit

$$c = a\sqrt{T-K}$$

und

$$d = \frac{3a\sqrt{T-K} - a\sqrt{T-K}}{T-K} = \frac{2a\sqrt{T-K}}{T-K}$$

dargestellt werden kann.

Für den Punkt $r=t$, in dem W_r die Kontrollgrenze überschreitet, gilt nach (4.47)

$$W_r = a\sqrt{T-K} + \frac{2a\sqrt{T-K}}{T-K}(r-K) \quad . \tag{4.48}$$

1 DURBIN, J.: Boundary-Crossing Probabilities for the Brownian Motion and Poisson Processes and Techniques for Computing the Power of the Kolmogorov-Smirnov Test, J.Appl.Prob., Vol. 8 (1971), S. 431-453.

Nach einigen Umformungen erhält man

$$a = W_r \frac{\sqrt{T-K}}{(T-K+2(r-K))} \quad (4.49)$$

Nach Formel (4.49) kann man für jedes $r(r=K+1, \dots, T)$ einen empirischen Wert a^* bestimmen. Über einen Vergleich dieses empirischen Wertes mit dem kritischen Wert bei dem gewählten Signifikanzniveau kann der Test durchgeführt werden. Im allgemeinen kann man davon ausgehen, daß die Wahrscheinlichkeit mit der der Prozeß beide kritischen Grenzen überschreitet¹, vernachlässigbar gering ist. Das gewählte Signifikanzniveau gilt deshalb sowohl für den einseitigen als auch für den zweiseitigen Test².

Außerdem ist darauf hinzuweisen, daß durch die Approximation der Kurven $\pm \varepsilon \sqrt{t-K}$ durch je eine Gerade die Überschreitungswahrscheinlichkeit in der Mitte zwischen $t=K$ und $t=T$ am größten ist, während das Signifikanzniveau zu den Rändern hin zunimmt.

Führt man den Test für die drei Beispiele von Abbildung 5 (S.107) durch, so erhält man bei den drei Werten von t^* folgende Werte für a^* :

$$t^* = 15, \quad a^* = 1,507$$

$$t^* = 30, \quad a^* = 1,225$$

$$t^* = 45, \quad a^* = 0,884$$

Aus dem Vergleich mit den kritischen Werten von S. 110 folgt, daß der Test für $t^*=15$ und $t^*=30$ bei $\alpha=0,05$ zu einem signifikanten Ergebnis führt, während für $t^*=45$ die Nullhypothese erst bei einem Signifikanzniveau von 10 % nicht mehr bestätigt werden kann.

1 Bei umgekehrten Vorzeichen in (4.47) erhält man natürlich die untere kritische Grenze.

2 Vgl. dazu auch ANDERSON, T.W., Diskussion zu BROWN, R.L., DURBIN, J., EVANS, J.M.: Techniques for Testing ..., a.a.O., S.175.

4.3.3 Test über die kumulierte Summe der quadrierten rekursiven Residuen (CUSUM-of-SQUARES TEST)

Wenn keine systematischen Parameteränderungen auftreten, sondern kurzfristige und eher irreguläre Schwankungen (wenn z. B. positive und negative Änderungen aufeinanderfolgen), kann es sein, daß der im vorigen Abschnitt behandelte Test in bezug auf diese Schwankungen nicht zu einem signifikanten Ergebnis führt. Die Schwankungen können sich in der kumulierten Summe kompensieren, so daß zum einen der Graph von W_r keine systematischen Tendenzen erkennen läßt, daß zum anderen aber auch der numerische Wert von W_r nicht groß genug wird, um eine der kritischen Grenzen zu erreichen.

In diesen Fällen stellt der folgende Test eine nützliche Ergänzung dar. Aus den rekursiven Residuen werden die Größen

$$h_r = \frac{\sum_{j=K+1}^T w_j^2}{T}, \quad r=K+1, K+2, \dots, T, \quad (4.50)$$

gebildet. Die h_r sind offensichtlich der Größe nach geordnete nichtnegative Statistiken im Intervall $\{0,1\}$.

Da die w_j ($j=K+1, \dots, T$) unabhängig normalverteilte Zufallsvariablen sind, sind die h_r verteilt wie $T-K-1$ der Größe nach geordnete Elemente einer Stichprobe unabhängiger Beobachtungen aus einer Rechteckverteilung im Intervall $\{0,1\}$ ¹. Die Rechteckverteilung ist ein

1 Vgl. DURBIN, J.: Tests for Serial Correlation in Regression Analysis Based on the Periodogram of Least-Squares Residuals, Biometrika, Vol. 56 (1969), S. 3.

Spezialfall der Beta-Verteilung¹. Man kann nun zeigen, daß bei Gültigkeit der Nullhypothese die h_r einer Beta-Verteilung mit dem Erwartungswert $(r-K)/(T-K)$ folgen. Graphisch läßt sich die Nullhypothese darstellen als Gerade, deren Anfangs- und Endpunkte die Koordinaten $\{K,0\}$ und $\{T,1\}$ haben.

Bei Vorliegen von Parameteränderungen wird der Stichprobenpfad der h_r mehr oder weniger stark von der Linie der Nullhypothese abweichen. Ein Test kann in der Weise konstruiert werden, daß kritische Werte c_0^+ und c_0^- für die bei einem vorgegebenen Signifikanzniveau maximal zulässige Abweichung bestimmt werden². Für die graphische Darstellung in Abbildung 6 bedeutet dies, daß zwei Parallelen $\{h_r^+ = c_0^+ + (r-K)/(T-K)\}$

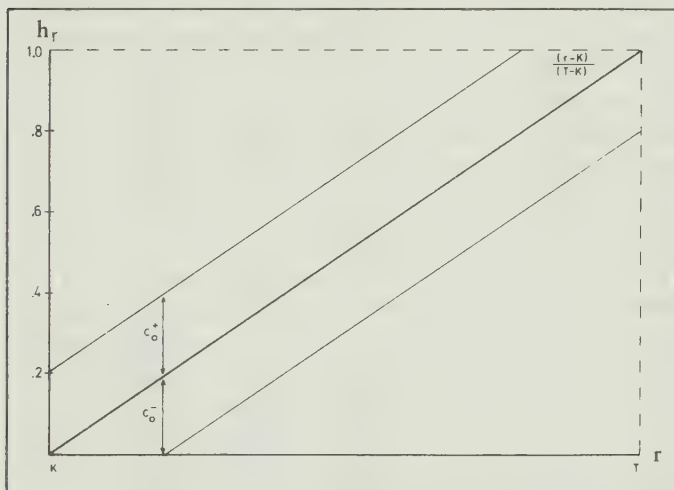


Abb. 6: Graphische Darstellung der Nullhypothese und der kritischen Werte für den Cusum-of-Squares Test.

1 Vgl. JOHNSON, N.L., KOTZ, S.: Continuous Univariate Distributions - 2, Boston 1970, S. 57.

2 Zur Ableitung der kritischen Werte vgl. BROWN, R.L., DURBIN, J., EVANS, J.M.: Techniques for Testing ..., a.a.O., S. 154 f.

und $\{h_r^- = c_0^- + (r-K)/(T-K)\}$ zur Geraden der Nullhypothese ermittelt werden, so daß die Wahrscheinlichkeit, daß der Stichprobenpfad eine (oder beide) Linie(n) überschreitet, gleich dem gewünschten Signifikanzniveau α ist.

Der Test wird durchgeführt, indem die empirisch ermittelte maximale Abweichung von der Nullhypothese

$$c_1^+ = \max(r) \left\{ h_r - (r-K) / (T-K) \right\} \quad (4.51a)$$

und

$$c_1^- = \max(r) \left\{ (r-K) / (T-K) - h_r \right\} \quad (4.51b)$$

mit den kritischen Werten verglichen werden. Kritische Werte für unterschiedliche Signifikanzniveaus und Kombinationen von T und K können aus Tabelle 1 (S.115) entnommen werden¹. Dabei ist an der Stelle $n=\frac{1}{2}(T-K)-1$ abzulesen. Wenn (T-K) ungerade ist, kann linear interpoliert werden zwischen $n=\frac{1}{2}(T-K)-\frac{3}{2}$ und $n=\frac{1}{2}(T-K)-\frac{1}{2}$.

In Abbildung 7 sind zwei der bisher verwendeten künstlichen Beispiele ($t^*=15$ und $t^*=45$) dargestellt. Die Werte von h_r sind gegen r aufgetragen. Man sieht, daß in diesem Fall nur die Abweichung für $t^*=45$ signifikant ist. Für die empirischen Werte der Testgröße erhält man

$$\begin{aligned} t^*=15 & \quad , \quad c_1^- = 0,152, \\ t^*=45 & \quad , \quad c_1^- = 0,512. \end{aligned}$$

¹ Die Tabelle ist entnommen aus DURBIN, J.: Tests for Serial Correlation ..., a.a.O., S. 4.

Signifikanzniveau α				Signifikanzniveau α			
n	0,10	0,05	0,01	n	0,10	0,05	0,01
1	0.45000	0.47500	0.49500	41	0.17215	0.19254	0.23331
2	.44306	.50855	.59596	42	.17034	.19050	.23081
3	.41811	.46702	.57900	43	.16858	.18852	.22839
4	.39075	.44641	.54210	44	.16688	.18661	.22605
5	.37359	.42174	.51576	45	.16524	.18475	.22377
6	.35522	.40045	.48988	46	.16364	.18295	.22157
7	.33905	.38294	.46761	47	.16208	.18120	.21943
8	.32538	.36697	.44819	48	.16058	.17950	.21735
9	.31325	.35277	.43071	49	.15911	.17785	.21534
10	.30221	.34022	.41517	50	.15769	.17624	.21337
11	.29227	.32894	.40122	51	.15630	.17468	.21146
12	.28330	.31869	.38856	52	.15495	.17316	.20961
13	.27515	.30935	.37703	53	.15363	.17168	.20780
14	.26767	.30081	.36649	54	.15235	.17024	.20604
15	.26077	.29296	.35679	55	.15110	.16884	.20432
16	.25439	.28570	.34784	56	.14989	.16746	.20265
17	.24847	.27897	.33953	57	.14870	.16613	.20101
18	.24296	.27270	.33181	58	.14754	.16482	.19942
19	.23781	.26685	.32459	59	.14641	.16355	.19786
20	.23298	.26137	.31784	60	.14530	.16230	.19635
21	.22844	.25622	.31149	62	.14316	.15990	.19341
22	.22416	.25136	.30552	64	.14112	.15760	.19061
23	.22012	.24679	.29989	66	.13916	.15540	.18792
24	.21630	.24245	.29456	68	.13728	.15329	.18535
25	.21268	.23835	.28951	70	.13548	.15127	.18288
26	.20924	.23445	.28472	72	.13375	.14932	.18051
27	.20596	.23074	.28016	74	.13208	.14745	.17823
28	.20283	.22721	.27582	76	.13048	.14565	.17604
29	.19985	.22383	.27168	78	.12894	.14392	.17392
30	.19700	.22061	.26772	80	.12745	.14224	.17188
31	.19427	.21752	.26393	82	.12601	.14063	.16992
32	.19166	.21457	.26030	84	.12462	.13907	.16802
33	.18915	.21173	.25683	86	.12327	.13756	.16618
34	.18674	.20901	.25348	88	.12197	.13610	.16440
35	.18442	.20639	.25027	90	.12071	.13468	.16268
36	.18218	.20387	.24718	92	.11949	.13331	.16101
37	.18003	.20144	.24421	94	.11831	.13198	.15940
38	.17796	.19910	.24134	96	.11716	.13070	.15783
39	.17595	.19684	.23857	98	.11604	.12944	.15631
40	.17402	.19465	.23589	100	.11496	.12823	.15483

Tab. 1: Kritische Werte für den Cusum-of-Squares Test.

Für $\alpha=0,05$ und $n=\frac{1}{2}(60-4)-1=27$ erhält man aus Tabelle 1 als kritischen Wert 0,2307. Dieses Ergebnis ist insofern interessant, als der Test über die kumulierten Summen für $t^*=45$ nicht zu einem signifikanten Ergebnis geführt hat, so daß die beiden Verfahren sich tatsächlich ergänzen können.

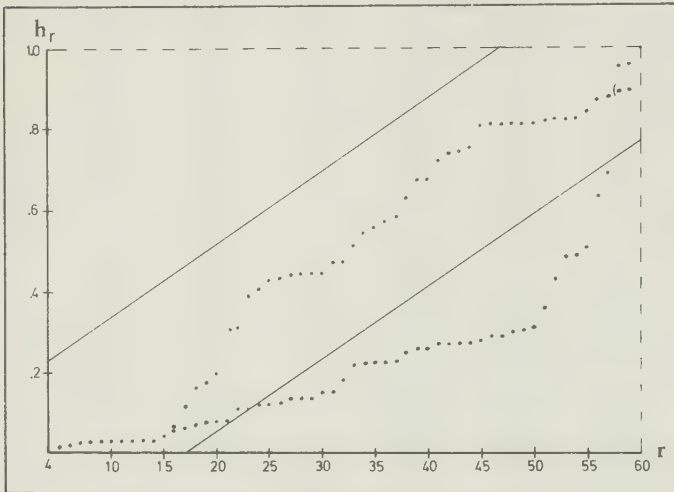


Abb. 7: Cusum-of-Squares Test für zwei verschiedene Werte von t^* .

4.3.4 Vorwärts- und Rückwärtstest

In manchen Situationen kann es sinnvoll sein, die oben dargestellten kumulativen Verfahren für einen gegebenen Beobachtungsbereich auch rückwärts durchzuführen. In diesem Fall wird mit einer Regressionsschätzung über die letzten K Beobachtungswerte $(T-K+1, T-K+2, \dots, T)$ begonnen und schrittweise von hinten nach vorn werden dann die weiteren Beobachtungswerte $(T-K, T-K-1, \dots, 1)$

verarbeitet. Die Tests können in der Weise durchgeführt werden, wie es in den vorhergehenden Abschnitten beschrieben worden ist.

Abbildung 8 zeigt für das schon bekannte Beispiel die rückwärts berechneten Werte von W_r im Fall $t^*=30$. Der Unterschied zu Abbildung 6 (S. 113) besteht darin, daß beim Rückwärtstest die Situation nach der Strukturänderung zunächst als die "wahre" Beziehung erscheint, während danach eine negative Abweichung vom "wahren" Prozeß vorliegt, so daß der Graph der kumulierten Summe eine negative Steigung aufweist. Führen sowohl Vorwärts- als auch Rückwärtstest zu einem signifikanten Ergebnis, so kann das Vorliegen einer Strukturänderung mit großer Sicherheit angenommen werden¹. Die graphischen Verläufe der in beide Richtungen berechneten Testgrößen können darüber hinaus bei der Festlegung des Zeitpunktes der Strukturänderung wertvolle Hinweise geben.

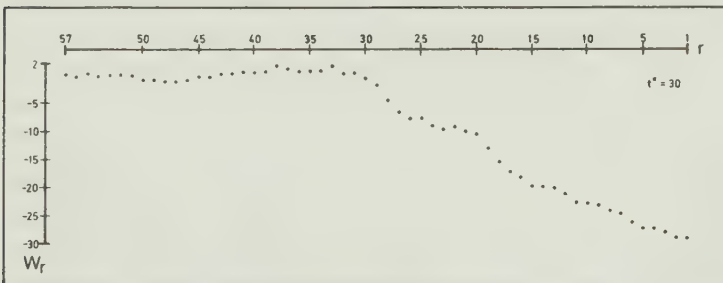


Abb. 8: Kumulierte Summe der rekursiven Residuen für $t^*=30$ - rückwärts.

¹ Vgl. JOHNSTON, J., Diskussion zu MENGES, G., DIEHL, H.: Time Stability ..., a.a.O., S. 319.

4.4 Sonstige Verfahren

4.4.1 Vorbemerkungen

Für eine ganze Reihe nicht speziell auf die Regressionsanalyse bezogener Testverfahren sind Anwendungsmöglichkeiten im Hinblick auf die hier untersuchten Fragestellungen vorstellbar¹, die an dieser Stelle nicht alle diskutiert werden können. Es seien nur drei Problembereiche kurz angesprochen, die jeweils von speziellem Interesse sind.

Zunächst soll die Technik der gleitenden Regression (moving window regression) behandelt werden, die zur Untersuchung von Veränderungen bei der Varianz der Störvariablen eingesetzt werden kann.

Sodann soll ein von FARLEY und HINICH² entwickelter Test dargestellt werden, der sich auf die in der praktischen ökonometrischen Arbeit häufig angewendete Vorgehensweise reduzieren läßt, bei sich in der Zeit verändernden Abhängigkeiten die Zeitvariable als erklärende Größe aufzunehmen.

Schließlich soll kurz untersucht werden, wie der Durbin-Watson Test gegen Autokorrelation der Störvariablen in den hier betrachteten Zusammenhang einzuordnen ist.

1 Siehe etwa MENGES, G., DIEHL, H.: Time Stability ..., a.a.O., S. 303.

2 FARLEY, J. U., HINICH, M. J.: A Test for a Shifting Slope Coefficient in a Linear Model, JASA, Vol. 65 (1970), S. 1320-1329.

4.4.2 Gleitende Regression

Die Technik der gleitenden Regression besteht darin, Stützbereiche konstanter Länge über den gesamten Beobachtungsbereich zu verschieben und für jede Konstellation von Anfangs- und Endpunkt des Stützbereichs eine Regressionsschätzung durchzuführen.

Ist f die konstante Länge des Stützbereichs, so werden Schätzungen durchgeführt für die Segmente $(1, f), (2, f+1), \dots, (T-f, T-1), (T-f+1, T)$. Für jede Schätzung kann die Quadratsumme der Residuen S bestimmt werden. Wählt man f so, daß sich T ohne Rest auf die Segmente aufteilt ($p=T/f$), so kann man folgende Größe bilden¹:

$$F = \frac{\{S(1, T) - [S(1, f) + S(f+1, 2f) + \dots + S(pf-f+1, T)]\} / (Kp-K)}{S(1, f) + S(f+1, 2f) + \dots + S(pf-f+1, T) / (T-Kp)} \quad (4.52)$$

Dabei bezeichnet $S(1, m)$ die Quadratsumme der Residuen für eine Regression über die Beobachtungen von 1 bis m . Die Größe (4.52) entspricht dem aus der Varianzanalyse bekannten Verhältnis von Zwischengruppenstreuung und Innergruppenstreuung und ist F -verteilt mit $v_1 = Kp - K$ und $v_2 = T - Kp$ Freiheitsgraden. Unter Verwendung dieser Statistik läßt sich ein Test auf Vorliegen von Homogenität der Residualstreuung der einzelnen Segmente durchführen. Dieser Test läßt allerdings keine Aussage darüber zu, in welchem Segment eine eventuelle Änderung der Streuung vorliegt. Durch Variation von f , der Länge des gleitenden Stützbereichs, läßt sich ein solcher Bereich möglicherweise festlegen.

¹ Vgl. BROWN, R.L., DURBIN, J., EVANS, J.M.: Techniques for Testing..., a.a.O., S. 156.

4.4.3 Test von FARLEY und HINICH

Die Darstellung geht aus von dem linearen Regressionsansatz¹

$$y_t = \sum_{j=1}^K \beta_j x_{tj} + \sum_{j=1}^K \delta_j z_{tj}(t^*) + u_t, \quad t=1, \dots, T,$$

mit

$$z_{tj}(t^*) = \begin{cases} 0 & \text{für } t < t^* \\ x_{tj} & \text{für } t \geq t^* \end{cases}$$

Hier steht t^* wiederum für den unbekannten Zeitpunkt der Parameteränderung. Eine solche Veränderung soll mit gleicher Wahrscheinlichkeit für jeden Punkt $t=t^*$ und für jeden Steigungskoeffizienten $\beta_j (j=1, \dots, K)$ möglich sein². Wenn t^* bekannt wäre, könnte für den Ansatz (4.53) eine Regressionsschätzung unter Verwendung von Dummyvariablen durchgeführt werden mit

$$z_{tj}(t^*) = D x_{tj}, \quad D = \begin{cases} 0 & \text{für } t < t^* \\ 1 & \text{für } t \geq t^* \end{cases}$$

Da aber t^* unbekannt ist, approximieren FARLEY und HINICH die Parameteränderung bei t^* durch ihren durchschnittlichen Wert im gesamten Bereich $t^*=1, t^*=2, \dots, t^*=T$.

1 Vgl. hierzu FARLEY, J.U., HINICH, M.J., MCGUIRE, T.W.: Some Comparisons of Tests for a Shift in the Slopes of a Multivariate Linear Time Series Model, JEC, Vol. 3 (1975), S. 297 ff.

2 Soll der Ansatz ein Absolutglied enthalten, so werden mögliche Veränderungen dieses Koeffizienten nicht betrachtet.

Nach (4.54) ergibt sich zunächst folgende Wertezuordnung für z_{tj} :

	1	2	3	.	.	.	T	t / t'
$z_{tj} =$	x_{1j}	x_{2j}	x_{3j}	.	.	.	x_{Tj}	1
	0	x_{2j}	x_{3j}	.	.	.	x_{Tj}	2
	0	0	x_{3j}	.	.	.	x_{Tj}	3
	.	.	.	.	.	.	.	.
	.	.	.	.	.	.	.	.
	.	.	.	.	.	.	.	.
	0	0	0	.	.	.	x_{Tj}	T

Als durchschnittlichen Wert für z_{tj} erhält man

$$\frac{1}{T} \sum_{t'=1}^T z_{tj}(t') = t' x_{tj} \quad (4.55)$$

mit $t' = \frac{t}{T}$.

Diese Werte stellen in der obigen Tabelle die arithmetischen Mittel der Spaltensummen dar.

Die Variable $t' x_{tj}$ wird als erklärende Größe in den Regressionsansatz aufgenommen. Für den Fall der Regression mit einer erklärenden Variablen erhält man

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 x_{t2} + \delta t' x_{t2} + u_t \quad (4.56)$$

Auf diese Weise ist die mögliche Parameteränderung auf den gesamten Stützbereich verteilt. Sie wird erfaßt durch den Parameter δ . Über einen Signifikanztest für diesen Parameter kann die Nullhypothese überprüft werden.

Der multiple Regressionsansatz lautet in Matrizen-schreibweise

$$y = X\beta + H\delta + u \quad (4.57)$$

Dabei ist H eine $(T \times K)$ -Matrix mit dem allgemeinen Element $t'x_{tj}$ ($t=1, \dots, T; j=1, \dots, K; t'=t/T$). Der Test der simultanen Hypothese $\delta=0$ wird dann durchgeführt über die Größe

$$F = \frac{(e_0'e_0 - e_1'e_1)/K}{e_1'e_1/(T-2K)} \quad (4.58)$$

Dabei bezeichnet e_1 den Vektor der KQ-Residuen für den Ansatz (4.57) und e_0 den Residuenvektor unter der Restriktion der Nullhypothese.

Bei Gültigkeit von H_0 ist (4.58) F-verteilt mit $v_1=K$ und $v_2=T-2K$ Freiheitsgraden.

4.4.4 Durbin-Watson Test

Der Vektor der KQ-Residuen wird üblicherweise verwendet, um die Störvariablen des Regressionsmodells auf fehlende Autokorrelation zu überprüfen. Die KQ-Residuen lassen sich darstellen als μ mit $M=I_T - X(X'X)^{-1}X'$. Die Matrix M ist aber nur vom Rang $T-K$, so daß nur $T-K$ linear unabhängige Residuen be-

stimmt werden können. Die KQ-Residuen weisen also notwendigerweise ein gewisses Maß an Autokorrelation auf, auch wenn die Störvariablen der Bedingung fehlender Autokorrelation genügen.

Ein wichtiger Grund für eine darüber hinausgehende Autokorrelation der Residuen sind verschiedene Formen der Fehlspezifikation¹. Es läßt sich nun zeigen, daß der Durbin-Watson Koeffizient d bei Vorliegen von Fehlspezifikationen unter bestimmten Bedingungen kleiner als 2 ist (also auf positive Autokorrelation hinweist), auch wenn die Störvariablen nicht autokorreliert sind².

Wie im dritten Kapitel gezeigt worden ist, sind Fehlspezifikationen aber auch eine wichtige Ursache für Strukturinstabilitäten. Wenn also ein signifikantes Ergebnis des Durbin-Watson Tests und Instabilität wenigstens teilweise die gleichen Ursachen besitzen, so ist zu überlegen, ob der Durbin-Watson Test auch als Stabilitätstest zu verwenden ist. Eine eingehende Untersuchung dieser Frage würde den Rahmen der Arbeit sprengen. Allgemein läßt sich aber wohl sagen, daß ein signifikantes Ergebnis des Durbin-Watson Tests niemals als Beweis für das Vorliegen von Fehlspezifikation³ und damit teilweise für Instabilität angesehen werden kann, daß aber ein solches Ergebnis auf jeden Fall Anlaß sein sollte, die Spezifikation des Modells zu überprüfen. Im Rahmen des folgenden Vergleichs einiger ausgewählter Verfahren wird diese Frage noch einmal aufgegriffen.

1 Siehe etwa JOHNSTON, J.: *Econometric Methods*, a.a.O., S. 243 f.

2 Vgl. dazu CHAUDHURI, M.: *Autocorrelated Disturbances in the Light of Specification Analysis*, JEC, Vol. 5 (1977), S. 305 f.

3 Vgl. SCHIPS, B., STIER, W.: *Untersuchungen über die Auswirkung einer Fehlspezifikation in einem einfachen Regressionsmodell in Abhängigkeit vom Stichprobenumfang*, ASTa, Bd. 54 (1970), S. 352.

4.5 Vergleich ausgewählter Verfahren

4.5.1 Vorbemerkungen

Wie schon wiederholt ausgeführt worden ist, liegt eine wesentliche Ursache für Instabilität der Schätzwerte in der Fehlspezifikation des Regressionsansatzes. Es wäre deshalb wünschenswert, daß ein Verfahren zur Überprüfung der Stabilitätsannahme zweierlei zu leisten imstande ist:

- (1) Das Verfahren sollte das Vorliegen von Instabilität mit hoher Sicherheitswahrscheinlichkeit anzeigen.
- (2) Das Verfahren sollte Hinweise darauf geben, an welcher Stelle des Beobachtungsbereichs die Instabilität auftritt und wie sie sich äußert, um so eventuell Rückschlüsse auf die Ursachen zu ermöglichen und Hinweise für ihre Beseitigung zu geben¹.

Einige der in den vorhergehenden Abschnitten dargestellten Verfahren sollen im Hinblick auf diese Anforderungen einem Vergleich unterworfen werden. In den Vergleich werden zunächst die beiden kumulativen Verfahren (CUSUM-Test und CUSUM-of-SQUARES Test) einbezogen, da sie in der hier betrachteten Anwendung relativ unbekannt sind. Der Vergleich sollte außerdem eine Gegenüberstellung kumulativer und divisiver Verfahren beinhalten. Als divisives Verfahren wird die Likelihood-Ratio ausgewählt, da diese Methode das

¹ Vgl. zu einem solchen Ansatz etwa HARVEY, A.C., COLLIER, P.: Testing for Functional Misspecification in Regression Analysis, JEC, Vol. 6 (1977), S. 103-119.

Auffinden des Punktes der Strukturänderung von der Konstruktion her einschließt. Schließlich wird der Durbin-Watson Test in den Vergleich aufgenommen. Dies geschieht unter dem Aspekt, daß die Durbin-Watson Testgröße zwar nicht als Stabilitätstest konstruiert worden ist, daß sie aber auf das Vorliegen von Strukturänderungen reagiert.

Im Abschnitt 4.2.2 ist dargelegt worden, daß die Verteilung der Likelihood-Ratio λ nicht bekannt ist. Um sie in den Vergleich einbeziehen zu können, wurde über die Simulation von 300 Stichproben¹ unter der Nullhypothese eine Tabelle von Signifikanzpunkten für die Größe $-\log_{10}\lambda$ ermittelt. In Tabelle 2 sind die geschätzten Wahrscheinlichkeiten $\hat{P}(-\log_{10}\lambda)$ dafür aufgeführt, daß $-\log_{10}\lambda$ einen bestimmten Wert Q nicht überschreitet. Für jeden dieser Werte $\hat{P}$ wurde ein 95 %-Konfidenzintervall ermittelt. Die Ober- und Untergrenzen wurden berechnet, indem die Gleichung $1,96\sqrt{\frac{p(1-p)}{300}} = |p-f|$ nach p aufgelöst wurde². Dabei bezeichnet f die beobachtete relative Häufigkeit von $-\log_{10}\lambda < Q$ und p die obere bzw. untere Grenze des Konfidenzintervalls.

Für den Vergleich wurde einheitlich ein Signifikanzniveau von 5 % zugrunde gelegt. Anhand der Tabelle 2 wurde für die Likelihood-Ratio $Q=13,5$ als kritischer Wert gewählt, da hier die Untergrenze des Konfidenzintervalls zum ersten Mal 0,95 deutlich überschreitet. Dieser Wert von 13,5 gilt natürlich nur für das hier

1 Vgl. dazu Anhang B.

2 Die Verwendung des 95 %-Punktes der Normalverteilung erscheint bei $N=300$ Stichproben gerechtfertigt.

Q	Untergrenze	$\hat{P}(-\log_{10}\lambda)$	Obergrenze
1,5	0,0052	0,0133	0,0337
2,0	0,0159	0,0300	0,0560
2,5	0,0280	0,0467	0,0768
3,0	0,0766	0,1067	0,1467
3,5	0,1315	0,1697	0,2163
4,0	0,2347	0,2827	0,3362
4,5	0,3168	0,3694	0,4253
5,0	0,3909	0,4461	0,5027
5,5	0,4796	0,5361	0,5917
6,0	0,5701	0,6261	0,6789
6,5	0,6387	0,6931	0,7426
7,0	0,6978	0,7498	0,7954
7,5	0,7402	0,7898	0,8321
8,0	0,7723	0,8198	0,8592
8,5	0,8270	0,8698	0,9032
9,0	0,8758	0,9131	0,9399
9,5	0,8912	0,9264	0,9509
10,0	0,9108	0,9431	0,9641
10,5	0,9269	0,9564	0,9743
11,0	0,9352	0,9631	0,9297
11,5	0,9479	0,9731	0,9863
12,0	0,9523	0,9764	0,9885
12,5	0,9523	0,9764	0,9885
13,0	0,9523	0,9764	0,9885
13,5	0,9706	0,9897	0,9964
14,0	0,9868	0,9997	0,9999

Tab.2: Aus 300 Stichproben geschätzte Signifikanzpunkte für $-\log_{10}\lambda$ bei einem Stichprobenumfang von T=60 und 3 unabhängigen Variablen.

betrachtete Modell mit $T=60$ Beobachtungswerten und drei unabhängigen Variablen. Für dieses Modell wird bei wiederholter Stichprobenentnahme der Wert von $-\log_{10} \lambda$ in 95 % der Stichproben kleiner als 13,5 sein, wenn die Nullhypothese gilt. Liegt der Wert von $-\log_{10} \lambda$ über 13,5, so kann bei einem Signifikanzniveau von 5 % die Nullhypothese nicht bestätigt werden.

Signifikanzpunkte für den Cusum-Test und den Cusum-of-Squares Test sind aus den entsprechenden Ausführungen in 4.3.2 und 4.3.3 bekannt. Damit kann der Vergleich der Verfahren vorgenommen werden. Die ausgewählten Verfahren seien mit den im folgenden verwendeten Abkürzungen noch einmal aufgeführt. Für die Durbin-Watson Testgröße wird sowohl die untere als auch die obere Grenze des Unsicherheitsbereichs verwendet, um die mengenmäßige Bedeutung der Fälle beurteilen zu können, in denen der Test keine Entscheidung zuläßt.

(1) Likelihood-Ratio Test	(LR)
(2) Cusum-Test-Vorwärts	(CUS-V)
(3) Cusum-Test-Rückwärts	(CUS-R)
(4) Cusum-of-Squares Test-Vorwärts	(CUS2-V)
(5) Cusum-of-Squares Test-Rückwärts	(CUS2-R)
(6) Durbin-Watson Test-untere Grenze	(DWL)
(7) Durbin-Watson Test-obere Grenze	(DWU)

Diese Verfahren werden zunächst daraufhin analysiert und verglichen, wie gut sie in der Lage sind, vorhandene Parameteränderungen zu erkennen. In einem zweiten Schritt wird untersucht, ob die einzelnen Verfahren es ermöglichen, das Eintreten der Parameteränderung zu lokalisieren und so eventuell Rückschlüsse auf ihre Ursachen zulassen.

4.5.2 Erkennen der Abweichung von der Nullhypothese

Zum Vergleich der Verfahren wurden entsprechend dem im Anhang B beschriebenen Vorgehen verschiedene experimentelle Konstellationen geschaffen, in denen jeweils eine Parameteränderung vorlag. Dazu wurden die im Anhang B ausgewählten Werte für R (Verhältnis zwischen Parameteränderung und Standardfehler der Störvariablen) mit verschiedenen Werten für t^* (Zeitpunkt des Eintretens der Parameteränderung) kombiniert. Folgende Werte wurden verwendet:

R	t^*
0,01	10
0,02	15
0,025	30
0,03	45
0,04	50
0,05	
0,1	

Durch Kombination dieser Werte ergaben sich $5 \times 7 = 35$ verschiedene experimentelle Konstellationen. Für jede dieser Konstellationen wurden 50 Stichproben vom Umfang $T=60$ erzeugt. Auf jede der 1650 Stichproben wurden die ausgewählten Tests angewendet. Mit R als Parameter lautet die Nullhypothese: Es liegt keine Parameteränderung vor; damit gilt $R=0$. Die einseitige Alternativhypothese lautet: $R>0$.

Für jeden Test wurde der Anteil der signifikanten Ergebnisse an den jeweils 50 Stichproben einer experimentellen Konstellation bestimmt. Dieser Wert entspricht der Wahrscheinlichkeit $(1-\beta)$, die falsche Nullhypothese zu verwerfen.

Die Ergebnisse für die fünf Werte von t^* sind in den Tabellen 3a-3e zusammengefaßt. Trägt man die Größe $(1-\beta)$ gegen den Parameter R auf, so erhält man die Gütefunktionen der einzelnen Tests. Diese Gütefunktionen sind in den Abbildungen 9a-9e wiedergegeben.

Als erstes Ergebnis soll festgehalten werden, daß der Durbin-Watson Test für große Werte von R auch einen hohen Wert für $1-\beta(R)$ liefert. Dies deutet darauf hin, daß eine im Vergleich zum Standardfehler der Störvariablen große Parameteränderung zu hoher Autokorrelation der Residuen führt, auch wenn für die Störvariablen des "wahren" Modells die Bedingung fehlender Autokorrelation erfüllt ist. Der Test weist außerdem die größte Trennschärfe zwischen H_0 und H_1 auf¹, wenn die Parameteränderung in der Mitte des Stützbereichs auftritt. Da aber ein signifikantes Ergebnis des Durbin-Watson Tests auch auf Autokorrelation in den Störvariablen des "wahren" Modells und auf einige andere Ursachen zurückzuführen sein kann, soll der Vergleich zwischen den Stabilitätstests im folgenden ohne Berücksichtigung der Durbin-Watson Statistik erfolgen.

Um diesen Vergleich zu erleichtern, werden die Tests bezüglich der Ergebnisse aus den Tabellen 3a-3e ohne Berücksichtigung von DWU und DWL in eine Rangfolge gebracht. Dies führt zu den Tabellen 4a-4e. Tests mit der gleichen Rangziffer sind hier durch gestrichelte Umrahmung gekennzeichnet.

¹ Die Trennschärfe läßt sich anhand der Steilheit der Gütefunktion beurteilen.

$t^* = 10$							
Test \ R	0,01	0,02	0,025	0,03	0,04	0,05	0,10
LR	0,00	0,00	0,08	0,22	0,48	0,76	1,00
CUS-R	0,02	0,02	0,02	0,04	0,08	0,08	0,14
CUS-V	0,10	0,38	0,46	0,74	0,88	0,96	1,00
CUS2-R	0,06	0,12	0,16	0,46	0,72	0,96	1,00
CUS2-V	0,00	0,00	0,00	0,14	0,18	0,40	1,00
DWL	0,04	0,06	0,08	0,14	0,30	0,44	0,98
DWU	0,16	0,26	0,36	0,40	0,52	0,72	1,00

Tab. 3a

$t^* = 15$							
Test \ R	0,01	0,02	0,025	0,03	0,04	0,05	0,10
LR	0,00	0,08	0,22	0,58	0,90	1,00	1,00
CUS-R	0,02	0,06	0,08	0,14	0,20	0,30	0,84
CUS-V	0,16	0,44	0,70	0,86	0,96	1,00	1,00
CUS2-R	0,06	0,22	0,36	0,76	0,94	1,00	1,00
CUS2-V	0,06	0,08	0,08	0,10	0,10	0,12	0,20
DWL	0,04	0,24	0,28	0,50	0,68	0,92	1,00
DWU	0,24	0,40	0,72	0,72	0,90	1,00	1,00

Tab. 3b

$t^* = 30$							
Test \ R	0,01	0,02	0,025	0,03	0,04	0,05	0,10
LR	0,02	0,20	0,40	0,92	1,00	1,00	1,00
CUS-R	0,06	0,18	0,38	0,70	0,86	0,94	1,00
CUS-V	0,10	0,30	0,50	0,76	0,88	0,96	1,00
CUS2-R	0,06	0,18	0,28	0,60	0,82	0,98	1,00
CUS2-V	0,06	0,06	0,10	0,40	0,74	0,98	1,00
DWL	0,10	0,26	0,36	0,66	0,84	0,96	1,00
DWU	0,24	0,42	0,70	0,88	0,96	1,00	1,00

Tab. 3c

noch Tab. 3

$t^* = 45$							
Test \ R	0,01	0,02	0,025	0,03	0,04	0,05	0,10
LR	0,00	0,16	0,34	0,76	0,96	1,00	1,00
CUS-R	0,08	0,38	0,68	0,90	0,98	1,00	1,00
CUS-V	0,02	0,06	0,08	0,20	0,28	0,38	0,84
CUS2-R	0,00	0,00	0,04	0,04	0,04	0,10	0,28
CUS2-V	0,08	0,30	0,48	0,86	0,98	1,00	1,00
DWL	0,06	0,20	0,30	0,64	0,84	0,98	1,00
DWU	0,20	0,46	0,66	0,88	0,98	1,00	1,00

Tab. 3d

$t^* = 50$							
Test \ R	0,01	0,02	0,025	0,03	0,04	0,05	0,10
LR	0,02	0,12	0,30	0,68	0,92	1,00	1,00
CUS-R	0,08	0,36	0,56	0,86	0,98	1,00	1,00
CUS-V	0,02	0,02	0,04	0,12	0,14	0,24	0,40
CUS2-R	0,04	0,04	0,06	0,08	0,08	0,16	0,72
CUS2-V	0,08	0,28	0,50	0,86	0,98	1,00	1,00
DWL	0,06	0,18	0,30	0,58	0,78	0,94	1,00
DWU	0,20	0,42	0,66	0,86	0,96	1,00	1,00

Tab. 3e

Tab. 3: Güte ausgewählter Testverfahren bei vorgegebenen
Werten für R und t^* .

$t^* = 10$						
O,01	O,02	O,025	O,03	O,04	O,05	O,10
CUS-V	CUS-V	CUS-V	CUS-V	CUS-V	CUS-V	CUS-V
CUS2-R	CUS2-R	CUS2-R	CUS2-R	CUS2-R	CUS2-R	CUS2-R
CUS-R	CUS-R	LR	LR	LR	LR	LR
LR	LR	CUS-R	CUS2-V	CUS2-V	CUS2-V	CUS2-V
CUS2-V	CUS2-V	CUS2-V	CUS-R	CUS-R	CUS-R	CUS-R

Tab. 4a

$t^* = 15$						
O,01	O,02	O,025	O,03	O,04	O,05	O,10
CUS-V	CUS-V	CUS-V	CUS-V	CUS-V	CUS-V	CUS-V
CUS2-R	CUS2-R	CUS2-R	CUS2-R	CUS2-R	CUS2-R	CUS2-R
CUS2-V	CUS2-V	LR	LR	LR	LR	LR
CUS-R	LR	CUS2-V	CUS-R	CUS-R	CUS-R	CUS-R
LR	CUS-R	CUS-R	CUS2-V	CUS2-V	CUS2-V	CUS2-V

Tab. 4b

$t^* = 30$						
O,01	O,02	O,025	O,03	O,04	O,05	O,10
CUS-V	CUS-V	CUS-V	LR	LR	LR	LR
CUS2-R	LR	LR	CUS-V	CUS-V	CUS2-R	CUS2-R
CUS2-V	CUS2-R	CUS-R	CUS-R	CUS-R	CUS2-V	CUS2-V
CUS-R	CUS-R	CUS2-R	CUS2-R	CUS2-R	CUS-V	CUS-V
LR	CUS2-V	CUS2-V	CUS2-V	CUS2-V	CUS-R	CUS-R

Tab. 4c

noch Tab. 4

$t^* = 45$						
0,01	0,02	0,025	0,03	0,04	0,05	0,10
CUS2-V	CUS-R	CUS-R	CUS-R	CUS-R	CUS-R	CUS-R
CUS-R	CUS2-V	CUS2-V	CUS2-V	CUS2-V	CUS2-V	CUS2-V
CUS-V	LR	LR	LR	LR	LR	LR
CUS2-R	CUS-V	CUS-V	CUS-V	CUS-V	CUS-V	CUS-V
LR	CUS2-R	CUS2-R	CUS2-R	CUS2-R	CUS2-R	CUS2-R

Tab. 4d

$t^* = 50$						
0,01	0,02	0,025	0,03	0,04	0,05	0,10
CUS-R	CUS-R	CUS-R	CUS-R	CUS-R	CUS-R	CUS-R
CUS2-V	CUS2-V	CUS2-V	CUS2-V	CUS2-V	CUS2-V	CUS2-V
CUS2-R	LR	LR	LR	LR	LR	LR
CUS-V	CUS2-R	CUS2-R	CUS-V	CUS-V	CUS-V	CUS-V
LR	CUS-V	CUS-V	CUS2-R	CUS2-R	CUS2-R	CUS2-R

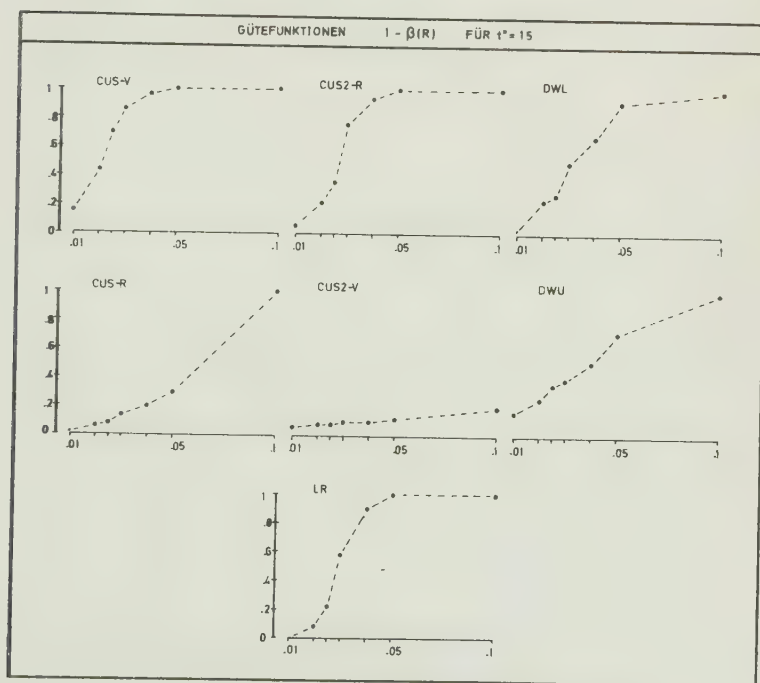
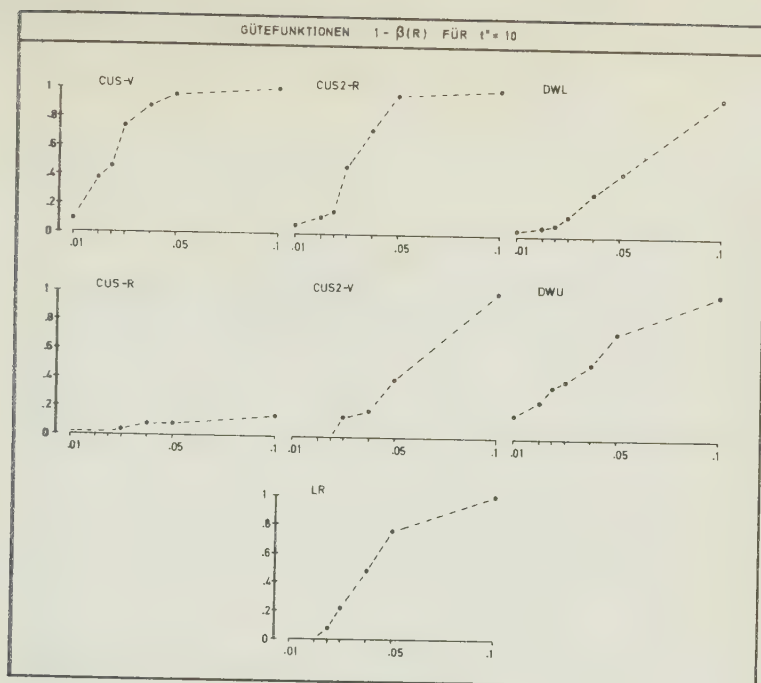
Tab. 4e

Tab. 4: Rangordnung ausgewählter Testverfahren bezüglich der Güte bei vorgegebenen Werten von R und t^* .

Das auffälligste Ergebnis besteht darin, daß die Güte der kumulativen Verfahren sehr stark von der Position der Parameteränderung abhängt. Für $t^*=10$ und $t^*=15$ belegen jeweils die Vorwärts-Version des Cusum-Tests und die Rückwärts-Version des Cusum-of-Squares Tests die ersten beiden Ränge. Für $t^*=45$ und $t^*=50$ gilt dies für die Rückwärts-Version des Cusum-Tests und die Vorwärts-Version des Cusum-of-Squares Tests. Die jeweils anderen beiden Verfahren erreichen erst für $R=0,1$ größere Werte für $(1-\beta)$. Dies verdeutlichen die Gütefunktionen in den Abbildungen 9a und 9b bzw. 9d und 9e. Hier ist auch klar zu sehen, daß die jeweils schlechteren beiden Verfahren eine sehr geringe Trennschärfe aufweisen. Die Trennschärfe der jeweils besseren der kumulativen Verfahren ist dagegen recht gut. Für $t^*=30$ sind Güte und Trennschärfe aller kumulativen Verfahren hoch (vgl. Abb. 9c).

Bei der Likelihood-Ratio Statistik bestätigt sich ein Ergebnis, das schon bei der Darstellung des Verfahrens¹ erkennbar war. Die Testgröße reagiert besonders stark auf Parameteränderungen in der Mitte des Stützbereichs. Insbesondere für $t^*=10$ sind Güte und Trennschärfe relativ gering. Für $t^*=50$ ist dieses Ergebnis nicht so deutlich. Dies mag u. a. damit zusammenhängen, daß die Anzahl der Stichproben mit 50 ziemlich niedrig ist. Möglicherweise tritt unter diesen 50 Stichproben ein überproportional großer Anteil signifikanter Ergebnisse auf. Bei $t^*=30$ bewährt sich der Likelihood-Ratio Test erwartungsgemäß sehr gut. Die Trennschärfe ist hier besonders hoch (vgl. Abb. 9c) und die Gütefunktion erreicht schon sehr früh den Wert von 1 für $(1-\beta)$.

¹ Vgl. Abschnitt 4.2.2.



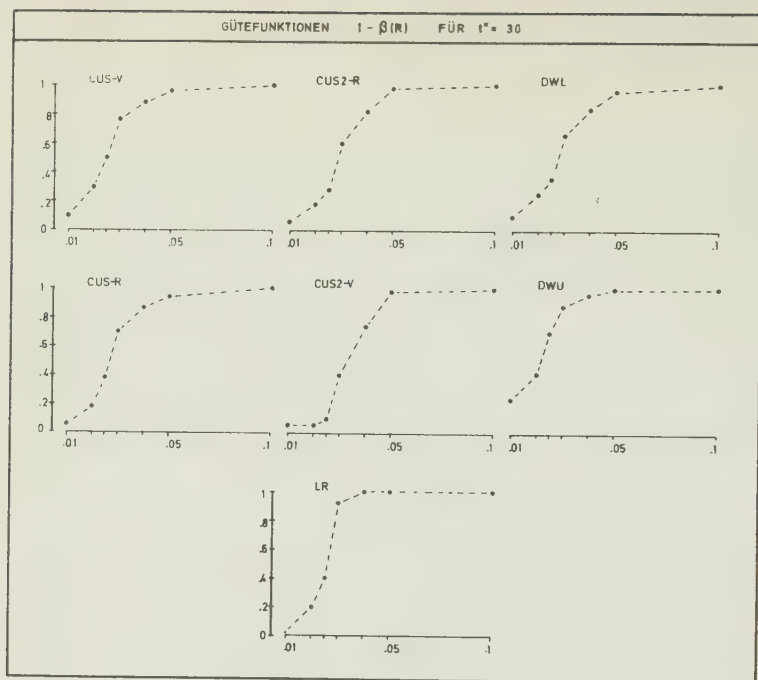


Abb. 9c

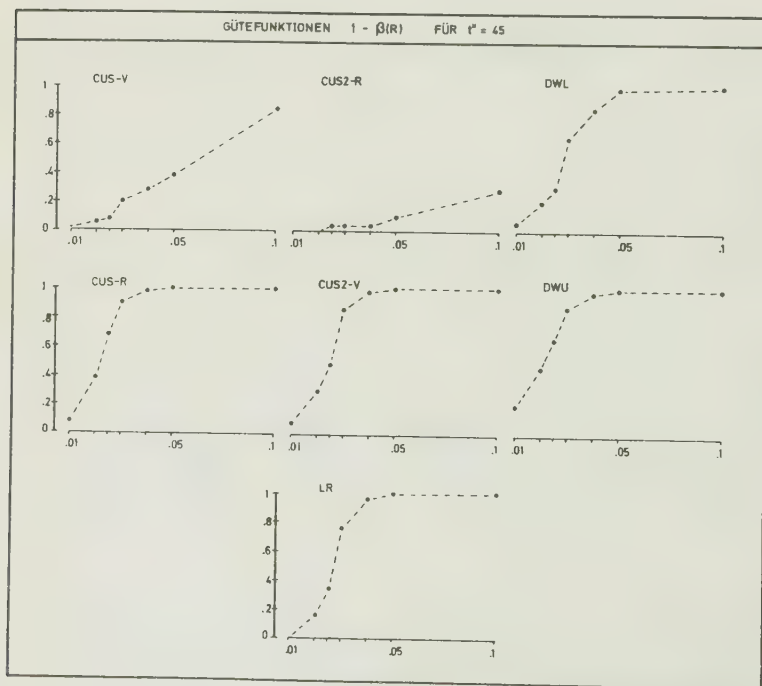


Abb. 9d

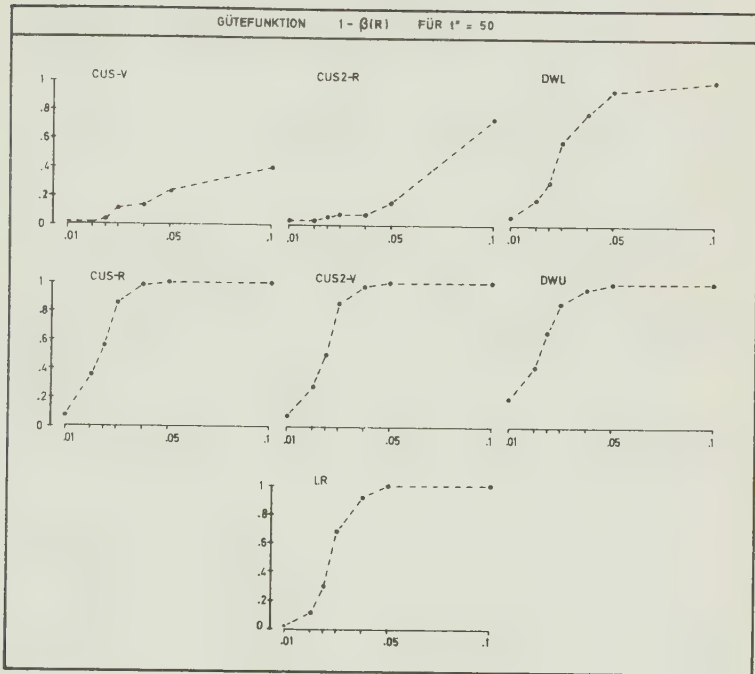


Abb. 9e

Abb. 9 : Gütefunktionen ausgewählter Testverfahren
für verschiedene Werte von t^* .

Bei $t^*=30$ belegt dann die Likelihood-Ratio Statistik für $R>0,03$ auch den ersten Rang vor den kumulativen Verfahren (vgl. Tab. 4c). Auffällig ist, daß die Güte von LR bei kleineren Werten von R im Vergleich zu den kumulativen Verfahren generell relativ niedrig ist. Erst bei $R>0,04$ erreicht die Likelihood-Ratio bei den übrigen Werten von t^* annähernd die Güte der anderen Verfahren. Dies deutet darauf hin, daß die Trennschärfe von LR geringer ist als die der jeweils besseren beiden kumulativen Methoden¹.

Allgemein ist zu sagen, daß sowohl die - je nach Lage von t^* - besseren kumulativen Verfahren als auch die Likelihood-Ratio Statistik zu recht guten Ergebnissen bezüglich des Erkennens von Parameteränderungen führen, wenn man bedenkt, daß eine Änderung in Höhe von 10 % des Standardfehlers der Störvariablen nicht außerordentlich hoch ist. Für $R>0,1$ führten alle Verfahren zu Werten von 1 für $(1-\beta)$.

Ergänzend zu der oben dargestellten Querschnittsuntersuchung (unterschiedliche Werte von R bei einem bestimmten Wert von t^*) wurde noch eine Längsschnittuntersuchung durchgeführt. Dazu wurde für R ein Wert ausgewählt, bei dem sich die Gütefunktion für alle Verfahren auf den ersten drei Rangplätzen (vgl. Tab. 4a-4e) im mittleren Bereich befindet², nämlich $R=0,03$. Für diesen Wert von R wurde die Position der Para-

1 Die Ursache mag darin liegen, daß die Likelihood-Ratio ein sehr allgemeines Testverfahren gegen eine Vielzahl von Alternativhypothesen darstellt, während die kumulativen Verfahren speziell für das Erkennen von Instabilität konstruiert sind.

2 Eine Ausnahme bildet lediglich LR für $t^*=10$ in Tab. 3a.

meteränderung von $t=10$ bis $t=50$ variiert. Daraus ergaben sich 41 experimentelle Konstellationen, für die wiederum jeweils 50 Stichproben vom Umfang $T=60$, also 2050 Stichproben, erzeugt wurden. Für jede Kombination von t^* und $R=0,03$ wurde wieder für jeden Test der Anteil der signifikanten Ergebnisse bei $\alpha=0,05$ bestimmt.

In Tabelle 5 sind die Resultate zusammengestellt. Man sieht deutlich, daß die Werte für LR, CUS-R und CUS2-V sehr niedrig sind, wenn die Parameteränderung zu Beginn des Stützbereichs auftritt. Während aber die Güte von LR sehr rasch ansteigt, erreicht CUS-R erst ab $t^*=32$ und CUS2-V erst ab $t^*=39$ Werte von $(1-\beta)>0,8$. Die umgekehrte Entwicklung zeigt sich bei CUS-V und CUS2-R. Dies stimmt mit den Ergebnissen der Querschnittsuntersuchung überein.

Die Zusammenhänge sind in Abbildung 10 verdeutlicht. Es handelt sich hier um eine schematisierte Darstellung. Der Verlauf von $(1-\beta)$ in Abhängigkeit von t^* ist nicht monoton, wie Tabelle 5 zeigt. Dies mag wiederum darauf zurückzuführen sein, daß die Anzahl der Stichproben für jede einzelne experimentelle Konstellation zu gering ist, so daß die Anteilswerte sich noch nicht auf ihrem theoretisch zu erwartenden Wert stabilisiert haben.

Die schematische Darstellung zeigt, daß zu Beginn des Stützbereichs (bis etwa $t^*=19$) die Güte von CUS-V und CUS2-R höher ist als die des Likelihood-Ratio Tests. Ab $t^*=19$ bis etwa $t^*=36$ dominiert die Likelihood-Ratio Statistik. Ab $t^*=36$ bzw. $t^*=41$ fällt LR hinter die beiden anderen kumulativen Verfahren zurück.

t ^{**}	LR	CUS-V	CUS-R	CUS2-V	CUS2-R	PWL	DWU
10	0,22	0,74	0,04	0,14	0,46	0,14	0,40
11	0,28	0,78	0,08	0,12	0,62	0,18	0,54
12	0,34	0,78	0,10	0,10	0,66	0,36	0,64
13	0,42	0,82	0,12	0,12	0,68	0,48	0,70
14	0,36	0,80	0,12	0,12	0,66	0,48	0,74
15	0,58	0,86	0,14	0,10	0,76	0,50	0,72
16	0,62	0,90	0,18	0,10	0,74	0,52	0,76
17	0,76	0,90	0,20	0,06	0,82	0,46	0,76
18	0,80	0,88	0,26	0,00	0,84	0,56	0,82
19	0,88	0,88	0,28	0,02	0,80	0,64	0,88
20	0,88	0,86	0,30	0,02	0,82	0,64	0,88
21	0,92	0,88	0,40	0,04	0,82	0,66	0,86
22	0,90	0,88	0,40	0,04	0,84	0,66	0,86
23	0,90	0,88	0,42	0,04	0,82	0,64	0,82
24	0,92	0,84	0,46	0,04	0,74	0,62	0,82
25	0,90	0,86	0,46	0,04	0,76	0,62	0,86
26	0,94	0,84	0,50	0,20	0,72	0,54	0,80
27	0,92	0,84	0,56	0,22	0,68	0,56	0,88
28	0,90	0,84	0,68	0,34	0,66	0,58	0,88
29	0,90	0,80	0,70	0,42	0,64	0,66	0,88
30	0,92	0,80	0,70	0,40	0,60	0,66	0,88
31	0,90	0,78	0,68	0,40	0,54	0,60	0,90
32	0,92	0,72	0,80	0,52	0,46	0,70	0,92
33	0,92	0,68	0,82	0,52	0,42	0,70	0,94
34	0,86	0,62	0,84	0,60	0,28	0,72	0,90
35	0,88	0,60	0,86	0,76	0,26	0,64	0,90
36	0,86	0,54	0,86	0,72	0,16	0,56	0,92
37	0,86	0,50	0,88	0,78	0,06	0,70	0,90
38	0,86	0,50	0,88	0,78	0,08	0,70	0,92
39	0,86	0,44	0,92	0,80	0,00	0,62	0,88
40	0,86	0,40	0,92	0,82	0,00	0,62	0,88
41	0,76	0,32	0,92	0,82	0,00	0,58	0,86
42	0,78	0,30	0,90	0,86	0,00	0,60	0,88
43	0,80	0,30	0,92	0,86	0,04	0,60	0,90
44	0,80	0,26	0,92	0,88	0,00	0,62	0,90
45	0,76	0,20	0,90	0,86	0,04	0,64	0,88
46	0,74	0,18	0,90	0,86	0,04	0,64	0,88
47	0,72	0,18	0,90	0,84	0,06	0,62	0,88
48	0,68	0,16	0,88	0,86	0,08	0,66	0,86
49	0,68	0,14	0,86	0,86	0,08	0,62	0,84
50	0,68	0,12	0,86	0,86	0,08	0,58	0,86

Tab. 5: Anteil der signifikanten Ergebnisse für ausgewählte Testverfahren bei $R=0,03$ und Variation von θ^* .

Wenigstens einer der Tests weist über den gesamten Stützbereich einen Wert für $(1-\beta)$ von mehr als 0,74 auf. Bedenkt man, daß bei der hier betrachteten Konstellation die Parameteränderung nur 3 % des Standardfehlers der Störvariablen beträgt, so kann man davon ausgehen, daß bei kombinierter Anwendung der hier dargestellten Testverfahren eine Parameteränderung mit recht hoher Wahrscheinlichkeit erkannt werden kann.

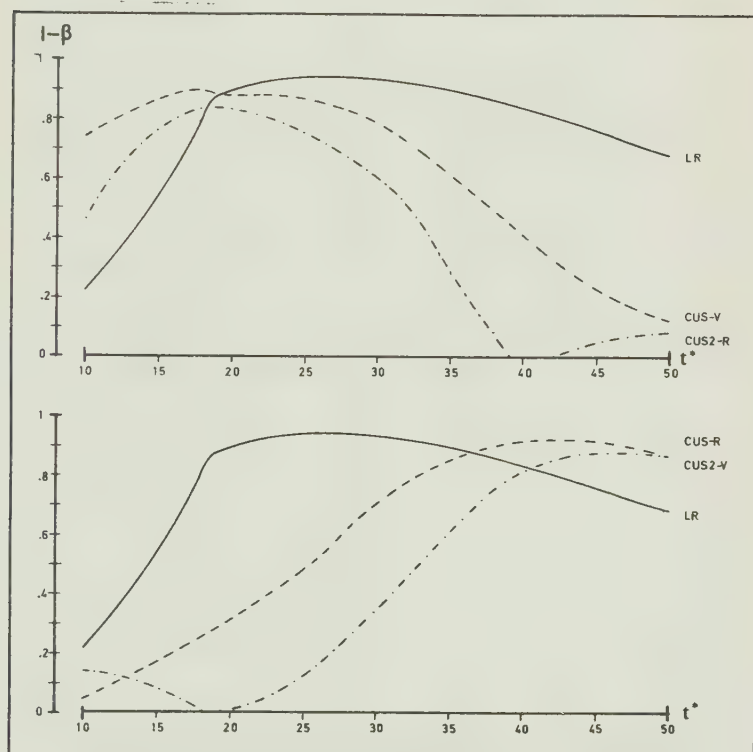


Abb. 10: Güte ausgewählter Testverfahren bei $R=0,03$
und Variation von t^* im Bereich $t=10$ bis $t=50$.

4.5.3 Erkennen der Position der Parameteränderung

Die vorhergegangenen Untersuchungen haben sich ausschließlich mit der Frage beschäftigt, ob die hier betrachteten Verfahren in der Lage sind, eine im Stützbereich auftretende Parameteränderung zu erkennen. Darüber hinaus ist aber von Interesse, ob auch die Position der Parameteränderung identifiziert werden kann.

Diese Frage läßt sich nicht mehr für alle Verfahren anhand von zusammenfassenden Statistiken beantworten. Aus der Konstruktion der kumulativen Verfahren folgt nämlich, daß der Punkt, an dem die Testgröße gegebenenfalls den größten Abstand von der Nullhypothese aufweist, nicht unbedingt mit dem Punkt des Auftretens der Parameteränderung korrespondiert¹. Dies gilt insbesondere für den Cusum-Test. Die kumulativen Verfahren können deshalb nur grobe Anhaltspunkte liefern. Sie sind aus den Ergebnissen des vorhergehenden Abschnitts 4.5.2 zu entnehmen. Dort ist gezeigt worden, daß je zwei der kumulativen Verfahren im ersten bzw. letzten Drittel des Stützbereichs eine hohe Güte erreichen. Daraus dürfte sich wenigstens als grobe Annäherung der Umkehrschluß ziehen lassen, daß die Parameteränderung zu Beginn oder gegen Ende des Stützbereichs auftritt, wenn die betreffenden Tests zu einem signifikanten Ergebnis führen.

Besser ist die Situation bezüglich der Likelihood-Ratio. Das Minimum von λ bzw. das Maximum von $-\log_{10} \lambda$

¹ Vgl. Abb. 5 auf S. 107 bzw. Abb. 7 auf S. 116.

t^*	$\hat{t}_{0,10}^*$	$\hat{t}_{0,50}^*$	$\hat{t}_{0,90}^*$
10	7	10	18
11	7	11	17
12	10	12	18
13	10	14	18
14	10	14	18
15	14	16	17
16	15	16	20
17	17	17	18
18	17	18	20
19	18	20	24
20	18	20	23
21	18	22	26
22	18	22	25
23	18	22	25
24	20	24	26
25	19	24	27
26	20	26	28
27	19	27	28
28	26	28	32
29	26	30	32
30	27	30	32
31	26	31	32
32	28	32	34
33	28	32	34
34	30	34	35
35	34	35	35
36	35	36	36
37	36	38	42
38	36	38	42
39	39	40	47
40	39	40	47
41	39	41	50
42	41	43	50
43	41	43	50
44	41	43	50
45	45	47	52
46	45	47	51
47	45	47	51
48	45	48	52
49	45	49	52
50	45	50	52

Tab. 6: Median und 10%- bzw. 90%-
Quantile für die bedingten
Verteilungen von $\hat{t}^*$.

korrespondiert stark mit der Parameteränderung. Dies soll an der Längsschnittuntersuchung des vorhergehenden Abschnitts demonstriert werden. Zu diesem Zweck wurden für jeden Wert von t^* der Median der bedingten Verteilung der Schätzwerte $\hat{t}^*$ über die jeweils 50 Stichproben und die 10 % - bzw. 90 % - Punkte dieser Verteilung bestimmt. Die Ergebnisse sind in Tabelle 6 wiedergegeben. Man sieht, daß $\hat{t}^*_{0,50}$ stark mit dem vorgegebenen Wert t^* korrespondiert und daß die Punkte $\hat{t}^*_{0,10}$ und $\hat{t}^*_{0,90}$ ein relativ enges Intervall bilden.

Es läßt sich also auch hier sagen, daß durch eine kombinierte Anwendung der kumulativen Verfahren (mit Schwerpunkt auf der graphischen Analyse) und der Likelihood-Ratio recht gute Ergebnisse erzielt werden können. Der Punkt einer einmaligen Parameteränderung dürfte sich wenigstens näherungsweise bestimmen lassen.

4.6 Zusammenfassung und Beurteilung: Bedeutung der Ergebnisse für empirische Arbeiten

Für die in den vorhergehenden Abschnitten dargestellten Verfahren und für die Simulationsuntersuchung sind einige Annahmen getroffen worden, die die Ergebnisse in gewissem Maße einschränken.

So setzt die Anwendung sowohl des Chow-Tests als auch der kumulativen Verfahren Konstanz der Störvarianz im gesamten Stützbereich voraus. Die Effizienz insbesondere des Chow-Tests hängt wesentlich von dieser Voraussetzung ab¹.

¹ Vgl. TOYODA, T.: Use of Chow Test under Heteroscedasticity, *Econometrica*, Vol. 42 (1974), S. 601-608 und SCHMIDT, P., SICKLES, R.: Some Further Notes on the Use of the Chow Test under Heteroscedasticity, *Econometrica*, Vol. 45 (1977), S. 1293-1298.

Für die kumulativen Verfahren ist die Annahme der Unkorreliertheit der Störvariablen von besonderer Bedeutung. Allgemein ist die Varianz der rekursiven Residuen bei autokorrelierten Störvariablen größer als im Fall fehlender Autokorrelation¹. Im Hinblick auf die kumulativen Testverfahren gibt es zu diesem Problem bisher kaum theoretische Ergebnisse. Einige Untersuchungen² deuten allerdings darauf hin, daß die Verfahren gegenüber einer Autokorrelation der Störvariablen nicht robust sind.

Während Autokorrelation die statistischen Eigenschaften der Testverfahren beeinflußt, bewirkt eine uneinheitliche Störvarianz, daß die Tests zur Analyse des hier primär interessierenden Sachverhalts instabiler Regressionskoeffizienten nicht mehr uneingeschränkt verwendbar sind. Ein signifikantes Testergebnis kann nämlich sowohl durch instabile Regressionskoeffizienten als auch durch uneinheitliche Störvarianz hervorgerufen werden; eine Trennung zwischen beiden Ursachen ist nicht möglich. Es empfiehlt sich deshalb, bei empirischen Arbeiten eine zusätzliche Untersuchung auf Vorliegen von Homoskedastizität vorzunehmen.

Die Ergebnisse der im Abschnitt 4.5 durchgeführten Simulationsuntersuchung gelten - wie schon erwähnt - nicht allgemein, sondern nur für die jeweils unter-

1 Vgl. COX, D.R., Diskussion zu BROWN, R.L., DURBIN, J., EVANS, J.M.: Techniques for Testing the Constancy ..., a.a.O., S. 164.

2 Vgl. JOHNSON, R.A., BAGSHAW, M.: The Effect of Serial Correlation on the Performance of CUSUM Tests, Technometrics, Vol. 16 (1974), S. 103-112 und dieselben: The Effect of Serial Correlation on the Performance of CUSUM Tests II, Technometrics, Vol. 17 (1975), S. 73-80.

stellte spezielle experimentelle Konstellation. Eine wesentliche Einschränkung besteht darin, daß nur einmalige Parameteränderungen betrachtet werden. Zweck der Untersuchung ist es allerdings in erster Linie, für die Anwendung der Testverfahren auf empirische Problemstellungen einige Hilfen zur Interpretation der Ergebnisse zu liefern. Hinweise dazu sind in den Abschnitten 4.5.2 und 4.5.3 gegeben worden.

Die eingangs angeführten notwendigen Einschränkungen bezüglich der Annahmen über die stochastischen Eigenschaften der Störvariablen und die Tatsache, daß die Verteilung der Likelihood-Ratio Statistik nicht bekannt ist und die Signifikanzpunkte daher geschätzt werden mußten, legen es nahe, die in den Vergleich im Abschnitt 4.5 einbezogenen Verfahren nicht in erster Linie als exakte statistische Signifikanztests anzusehen und zu verwenden, sondern sie als "Aufgreifkriterien" zu verstehen. Damit ist gemeint, daß durch die Verfahren gelieferte Anzeichen für das Vorliegen von Instabilitäten zum Anlaß genommen werden sollten, den zur Schätzung verwendeten Regressionsansatz einer eingehenden Prüfung zu unterziehen. Solche Anhaltspunkte können durch eine graphische Analyse des Verlaufs der Testgrößen gewonnen werden.

Die Abbildungen 11a-11c sollen dies verdeutlichen. Hier sind die für die weitere Analyse ausgewählten Testverfahren (CUS-V, CUS-R, CUS2-V, CUS2-R und LR) in der Form graphisch dargestellt, wie sie bei der Beurteilung von Schätzergebnissen eingesetzt werden können. Abbildung 11a zeigt den Verlauf der Testgrößen für ein zufällig ausgewähltes Beispiel aus der Simulationsuntersuchung des Abschnitts 4.5, bei

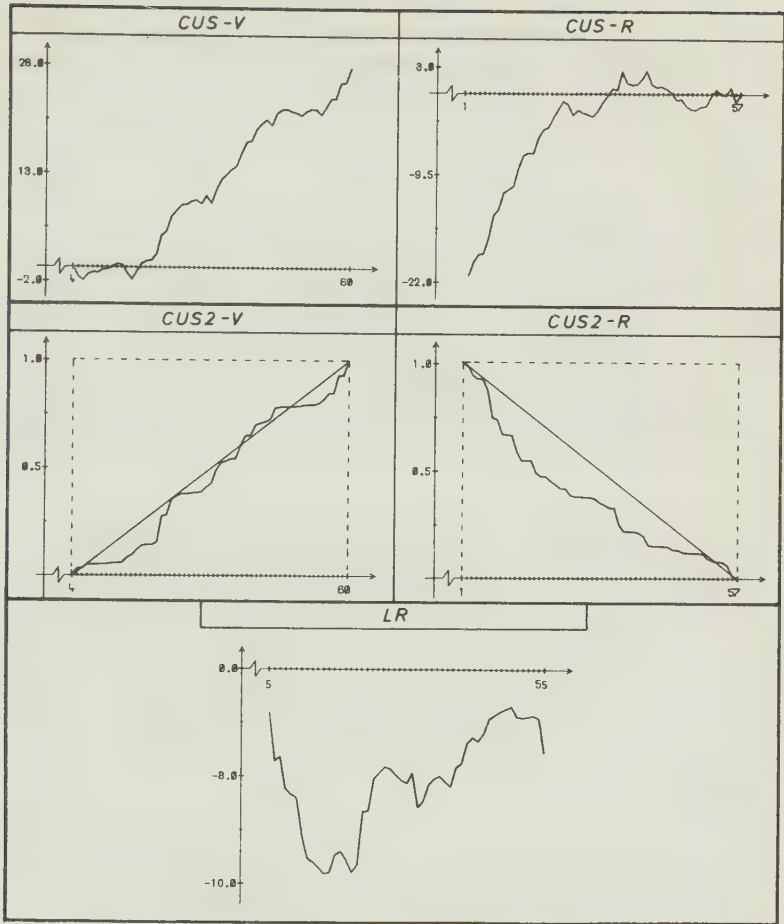


Abb. 11a: Graphische Verläufe ausgewählter Testgrößen
für ein simuliertes Beispiel mit $t^*=15$.

dem sich vom Zeitpunkt $t=15$ ab der Parameter der ersten erklärenden Variablen von 0,25 auf 0,75 erhöht. Am Verlauf von CUS-V und CUS-R ist diese Veränderung sehr deutlich zu erkennen. CUS-V verläuft bis ungefähr zum Punkt $t=15$ horizontal und knickt danach nach oben ab, zeigt also eine positive Abweichung vom ursprünglichen Prozeß.

Der Graph von CUS-R ist von rechts nach links zu interpretieren¹. Hier scheint die Veränderung erst nach $t=15$ (bzw. von "hinten" gesehen, schon vor $t=15$) einzutreten. Die Ursache hierfür ist, daß auch mehrere aufeinanderfolgende zufällige Abweichungen in einer Richtung sich kumulieren können und so scheinbar auf eine systematische Änderung hindeuten.

Die Verläufe von CUS2-V und CUS2-R sind schwieriger zu interpretieren. Als Zeichen für eine Parameteränderung ist es hier anzusehen, wenn der Stichprobenpfad deutlich von der Linie der Nullhypothese wegstrebt anstatt zufällig um diese Gerade zu schwanken. Dies ist besonders klar bei CUS2-R zu sehen. Aber auch der Verlauf von CUS2-V läßt im ersten Drittel des Stützbereichs eine Parameteränderung vermuten.

Der Graph von LR schließlich zeigt ebenfalls deutlich an, daß zwischen dem ersten und dem zweiten Drittel des Stützbereichs eine Trennung vorliegt. Die Größe $\log l$ nimmt hier ein nicht ganz eindeutiges aber doch klar zu erkennendes Minimum an.

¹ Beim Rückwärtstest werden ja zunächst die letzten Werte zur Schätzung benutzt, um dann zum Anfang des Stützbereichs hin jeweils einen Wert hinzuzunehmen bis alle 60 Werte in die Schätzung eingehen.

In Abbildung 11b sind die Testgrößen für den Fall einer Änderung bei $t=30$ dargestellt. CUS-V, CUS-R und LR zeigen die Abweichung ebenso deutlich an wie in Abbildung 11a. Aber auch aus den Verläufen von CUS2-V und CUS2-R ist eine Änderung etwa in der Mitte des Stützbereichs klar zu ersehen.

Abbildung 11c enthält die gleichen Sachverhalte für den Fall einer Änderung bei $t=45$. Die Änderung wird am deutlichsten angezeigt durch CUS-V, CUS-R und CUS2-V. Das Minimum von λ bei LR ist dagegen nicht ganz eindeutig, liegt aber in dem erwarteten Bereich um $t=45$, während der Verlauf von CUS2-R weder über das Vorhandensein einer Parameteränderung noch über die Lokalisation klare Schlüsse zuläßt.

Soll die geschätzte Funktion zur Prognose verwendet werden, so wäre es in den Fällen der Abbildungen 11a-11c nicht sinnvoll, alle Beobachtungswerte in die Schätzung einzubeziehen. Die Testgrößen zeigen an, daß sich wenigstens ein Parameter im Beobachtungsbereich verändert. Geschätzt würde eine "gemischte Struktur", die weder der Struktur des ersten noch der des zweiten Teilbereichs entspricht und demzufolge auch nicht zur Prognose geeignet wäre. Werden dagegen nur die Beobachtungswerte nach der durch die Testverfahren angezeigten strukturellen Änderungen zur Schätzung verwendet, so ist eher damit zu rechnen, daß die geschätzte Struktur auch für die Prognoseperiode gültig ist.

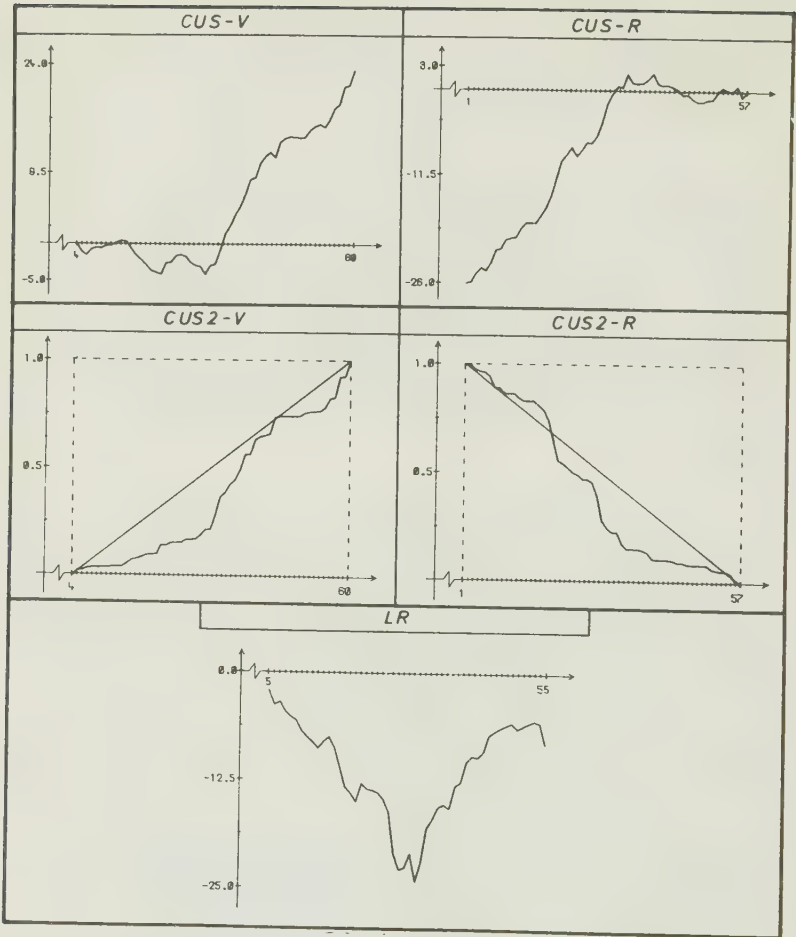


Abb. 11b: Graphische Verläufe ausgewählter Testgrößen
für ein simuliertes Beispiel mit $t^*=30$.

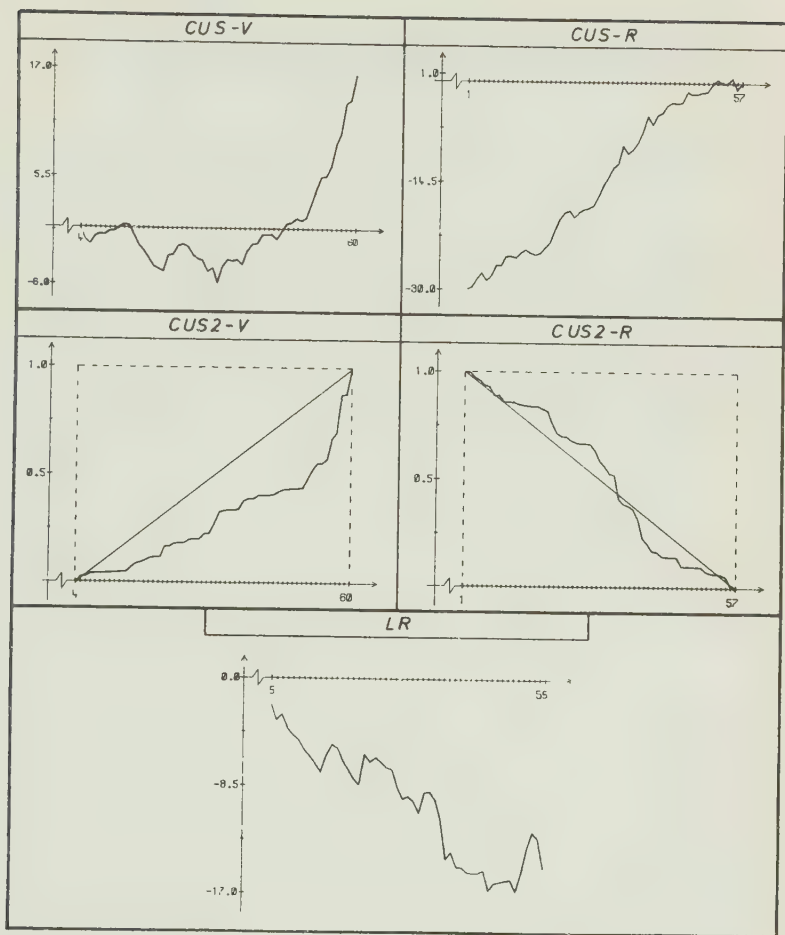


Abb. 11c: Graphische Verläufe ausgewählter Testgrößen
für ein simuliertes Beispiel mit $t^*=45$.

Man kann nicht unbedingt davon ausgehen, daß die Interpretation der graphischen Verläufe von CUS-V, CUS-R, CUS2-V, CUS2-R und LR bei der Anwendung auf empirische Probleme ebenso einfach durchzuführen ist wie bei den konstruierten Beispielen in den Abbildungen 11a-11c. Diese Einschränkung ist nicht nur deshalb notwendig, weil die Experimente relativ einfacher Art sind. Auch durch die Erzeugung wesentlich komplexerer Situationen wäre es wohl nicht möglich, die Vielfalt sozio-ökonomischer Zusammenhänge auch nur annähernd zu erfassen. Welchen Wert die Verfahren für die praktische Arbeit haben oder haben können ist deshalb nur durch die Anwendung auf empirische Fragestellungen zu beurteilen. Den Versuch dazu stellt das abschließende fünfte Kapitel dar.

5 Anwendung der ausgewählten Testverfahren auf
ein empirisches Beispiel

5.1 Problemstellung: Konjunktuelle Schwankungen
der Nachfrage nach Arbeitskräften in der ver-
arbeitenden Industrie

Der Zweck des folgenden Kapitels besteht nicht darin, eine umfassende und theoretisch fundierte Analyse des Nachfrageverhaltens der verarbeitenden Industrie auf dem Arbeitsmarkt zu liefern. Diese Aufgabenstellung erfordert die Bearbeitung im Rahmen einer eigenständigen Arbeit.

Das 5. Kapitel dient vielmehr dazu, anhand relativ einfacher Regressionsansätze die Anwendbarkeit der theoretisch und am Beispiel künstlicher Daten erörterten Testverfahren zur Überprüfung der Strukturstabilität auf empirische Fragestellungen zu untersuchen. Das empirische Beispiel dient also in erster Linie zur Illustration - die Schätzergebnisse selbst interessieren nur am Rande.

Das Beispiel wurde aus folgenden Gründen gewählt:

- (1) Im Bereich der Industrie treten - wie die schon erwähnte Arbeit von LÜDEKE¹ zeigt - Probleme auf, die für eine Anwendung des in Kapitel 4 entwickelten Instrumentariums geeignet erscheinen.
- (2) Es liegt eine empirische Untersuchung vor², die sich mit der o. g. Fragestellung beschäftigt und deren Ergebnisse evtl. zur Beurteilung der im folgenden erzielten Resultate herangezogen werden können.

¹ LÜDEKE, D., a.a.O.

² SPITZNAGEL, E.: Ansätze zur Prognose konjunktureller Schwankungen der Nachfrage nach Arbeitskräften, AStA, Bd. 60 (1976), S.175-213.

- (3) Für die verarbeitende Industrie sind über die Industrieberichterstattung des Statistischen Bundesamtes und die Arbeiten verschiedener Forschungsinstitute einigermaßen verlässliche Daten verfügbar, die zusätzlich den Vorteil haben, daß sie in relativ feiner Untergliederung nach vier Hauptgruppen (Grundstoff- und Produktionsindustrie, Investitionsgüterindustrie, Verbrauchsgüterindustrie und Nahrungs- und Genußmittelindustrie) und ca. 40 Untergruppen ausgewiesen sind.

Entsprechend der im Kapitel 2 vertretenen Ansicht, daß die Auswahl des Stützbereichs als wichtiger Teil der Spezifikation angesehen werden muß, wird der Zeitraum, auf den sich die Untersuchung beziehen soll, nicht a priori festgelegt. Es stehen Vierteljahreszahlen der wichtigsten Variablen für die Zeit vom 1. Quartal bis zum 4. Quartal 1975 zur Verfügung¹.

Aufgrund der begrenzten theoretischen Ausgestaltung ist nicht zu erwarten, daß fundierte Erklärungsansätze für das Nachfrageverhalten der verarbeitenden Industrie auf dem Arbeitsmarkt geliefert werden können. Es wird deshalb auch schwierig sein, die ökonomische Plausibilität der Schätzergebnisse zu beurteilen. Die Untersuchung wird sich deshalb auf die Frage konzentrieren, welche Bedeutung die Stabilität der geschätzten Strukturen für die Prognosegüte der einzelnen Ansätze hat. Es wird deshalb so vorgegangen, daß die Stützbereiche unterschiedlicher Länge jeweils mit dem 4. Quartal 1974 enden und für die vier Quartale von 1975 ex post Prognosen durchgeführt werden. Als Kriterium dient die

¹ Das Datenmaterial wurde mir freundlicherweise von Herrn Spitznagel im Institut für Arbeitsmarkt- u. Berufsforschung überlassen.

Quadratwurzel des mittleren quadratischen Prognosefehlers (RMSE) über die vier Quartale. Eine entsprechende Untersuchung wird für die verarbeitende Industrie insgesamt und die vier Hauptgruppen durchgeführt.

Zur Spezifizierung der Schätzfunktionen wird von einem theoretischen Konzept ausgegangen, das in der Literatur häufig für ähnliche Untersuchungen Anwendung gefunden hat, den kurzfristigen Beschäftigungsfunktionen¹. Dieses Konzept besteht aus drei Komponenten, einer kurzfristigen Produktionsfunktion, einer Kostenfunktion und einer Annahme über den Anpassungsprozeß der Zahl der Beschäftigten an die Produktionsentwicklung. Aus dieser dritten Komponente wird schon deutlich, daß die Zahl der Beschäftigten als rein nachfragedeterminiert angesehen, die Angebotsseite also aus der Betrachtung ausgeschlossen wird.

Zur Beschreibung des Zusammenhangs zwischen Output und den verschiedenen Faktorinputs ist in den meisten Fällen eine Cobb-Douglas-Produktionsfunktion gewählt worden. Approximiert man Kapitaleinsatz und technischen Fortschritt gemeinsam durch einen einfachen Exponentialtrend, so gelangt man nach Logarithmierung und unter bestimmten Annahmen über Kostenfunktion und Anpassungsprozeß² zu der Gleichung:

$$\ln E_t = a_1 + a_2 \ln Y_t + a_3 \ln E_{t-v} + a_4 t \quad (5.1)$$

mit $v=1, \dots$

1 Vgl. RIEFERS, R.: Kurzfristige Beschäftigungsfunktionen. Ein Literaturüberblick, Mitteilungen des Instituts für Arbeitsmarkt- und Berufsforschung, 1969, S. 698-712 und die dort angegebene Literatur.

2 Die Einzelheiten der ökonomisch-theoretischen Ableitung sind nicht Gegenstand der vorliegenden Untersuchung. Vgl. dazu SPITZNAGEL, E., a.a.O., S. 179 ff und RIEFERS, R., a.a.O., S. 700 ff.

Die Größe von v richtet sich nach den speziellen Annahmen über den Anpassungsprozeß. Unter Einbeziehung einer Störvariablen, die den üblichen Annahmen des einfachen linearen Regressionsmodells genügen soll, gelangt man zur ökonometrischen Schätzfunktion:

$$\ln E_t = \beta_1 + \beta_2 \ln Y_t + \beta_3 \ln E_{t-v} + \beta_4 t + u_t \quad (5.2)$$

Darin ist

E_t die Anzahl der Beschäftigten in der Periode t ,
 Y_t der Output¹ in der Periode t
und
 t der Zeitindex.

Gleichung (5.2) wird im folgenden als Grundmodell bezeichnet. Dieses Grundmodell kann durch zusätzliche Annahmen oder bestimmte Erweiterungen in verschiedener Weise variiert werden². Hier soll allerdings zur Demonstration in erster Linie das einfache Modell verwendet werden. Zur Erfassung von saisonalen Einflüssen werden lediglich drei Dummyvariablen für das zweite, dritte und vierte Quartal eingeführt.

5.2 Stabilität als zusätzliches Kriterium bei der Spezifikation

Untersuchungen mit verschiedenen Werten für v in Gleichung (5.2) führten zu dem Ergebnis, daß mit

¹ Als Outputgröße wird die reale (in Preisen von 1962), arbeitstäglich bereinigte Nettoproduktion verwendet. E ist die vom Statistischen Bundesamt ausgewiesene Zahl der Beschäftigten in Betrieben mit mehr als 10 Beschäftigten.

² Vgl. RIEFERS, R., a.a.O., S. 704 ff.

v=1 jeweils die besten und plausibelsten Ergebnisse erzielt wurden. Für die folgenden Untersuchungen wurde deshalb v=1 gesetzt. Unter Einbeziehung der Dummyvariablen erhält man den Regressionsansatz

$$\ln E_t = \beta_1 + \beta_2 \ln Y_t + \beta_3 \ln E_{t-1} + \beta_4 t \quad (5.3)$$

$$+ \beta_5 D_2 + \beta_6 D_3 + \beta_7 D_4 + u_t .$$

Die Schätzergebnisse für die verarbeitende Industrie insgesamt (VI), die Grundstoff- und Produktionsgüterindustrie (GRP), die Investitionsgüterindustrie (INV), die Verbrauchsgüterindustrie (VER) und die Nahrungs- und Genußmittelindustrie (NAG) sind in Tabelle 7 zusammengefaßt. Unter den Koeffizientenschätzwerten sind die (absoluten) t-Werte aufgeführt. Als Gütekriterien enthält die Tabelle das multiple Bestimmtheitsmaß (R^2), den Standardfehler der Schätzung (s) und einen von WALLIS¹ vorgestellten Test zur Überprüfung auf Vorliegen von Autokorrelation 4. Ordnung (DW4). Der Test ist analog zum Durbin-Watson Test konstruiert und wird verwendet, weil der Schätzung Quartalswerte zugrundeliegen. Werden die Saisoneinflüsse im Regressionsansatz nicht ausreichend berücksichtigt, so führt dies zu Autokorrelation 4. Ordnung. Kritische Werte für den Test sind in zwei Versionen tabelliert - für Regressionsansätze mit und ohne Dummyvariablen². Tabelle 8 enthält ausgewählte Werte für ein Signifikanzniveau von $\alpha=0,05$ in Abhängigkeit von der Anzahl der Beobachtungswerte (T) und der Anzahl der "echten" erklärenden Variablen (K') für die Version einer Schätzung mit

1 WALLIS, K.F.: Testing for Fourth Order Autocorrelation in Quarterly Regression Equations, *Econometrica*, Vol. 40 (1972), S. 617-636.

2 WALLIS, K.F., a.a.O., S. 623 und 624.

Sektor	Koeffizientenschätzwerte							R ²	s	DW4
	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇			
VI	1,756	0,23 10,01	0,734 19,77	-0,0026 10,10	-0,0091 3,21	0,0159 7,41	-0,0119 4,44	0,971	0,005	0,892
GRP	0,5	0,175 8,26	0,851 24,03	-0,0027 8,43	0,0082 2,72	0,013 5,66	0,0008 0,344	0,952	0,006	0,9
INV	2,808	0,219 7,60	0,67 13,13	-0,0012 6,14	-0,0137 3,38	0,0174 4,5	-0,0164 3,91	0,981	0,009	1,423
VER	0,99	0,183 6,10	0,817 14,58	-0,0022 6,32	-0,0059 1,89	0,0139 4,08	-0,0097 2,62	0,964	0,007	0,777
NAG	1,161	0,213 4,83	0,772 9,57	-0,0024 5,1	0,0042 0,62	0,0434 9,1	0,0036 0,53	0,941	0,006	1,307

Tab. 7: Koeffizientenschätzwerte und Gütemaße für die Grundmodelle:
Stützbereich 1961I - 1974IV.

T	K'	2		3		4	
		$\bar{d}_{4,L}$	$\bar{d}_{4,U}$	$\bar{d}_{4,L}$	$\bar{d}_{4,U}$	$\bar{d}_{4,L}$	$\bar{d}_{4,U}$
20		1,123	1,556	1,013	1,726	0,899	1,954
24		1,199	1,565	1,107	1,694	1,011	1,856
28		1,261	1,576	1,181	1,679	1,099	1,803
32		1,312	1,587	1,243	1,673	1,171	1,773
36		1,355	1,598	1,293	1,672	1,230	1,755
40		1,391	1,609	1,336	1,674	1,279	1,745
44		1,422	1,620	1,373	1,677	1,321	1,739
48		1,450	1,630	1,404	1,681	1,357	1,737
52		1,474	1,639	1,432	1,686	1,389	1,736
56		1,495	1,648	1,456	1,691	1,416	1,736
60		1,514	1,656	1,478	1,696	1,441	1,737

Tab. 8: Ausgewählte Signifikanzpunkte ($\alpha=0,05$)
für den Test auf Autokorrelation 4. Ord-
nung bei Verwendung von Saison-Dummy-
variablen.

Dummyvariablen ($K'=K-4$).

Nach Tabelle 7 sind die Koeffizientenschätzwerte bis auf vier Ausnahmen gegen Null gesichert. Alle fünf Ansätze erbringen - gemessen am Bestimmtheitsmaß - einen guten "fit". Allerdings weist auch jeder Ansatz eine signifikante Autokorrelation 4. Ordnung auf^{1,2}. Dies deutet darauf hin, daß die Saisoneinflüsse durch die Dummyvariablen nicht ausreichend erfaßt werden.

Zur Beurteilung der Stabilität der fünf Ansätze sind die Werte der ausgewählten Testgrößen in Tabelle 9

1 Vgl. Tabelle 8 für $T=56$ und $K'=3$.

2 Auch der Test von WALLIS ist in Richtung der Nullhypothese verzerrt, wenn die verzögerte abhängige Variable als erklärende Größe im Regressionsansatz enthalten ist. Die Verzerrung ist hier allerdings wesentlich geringer als beim Durbin-Watson Test, insbesondere dann, wenn noch weitere erklärende Variablen in den Ansatz aufgenommen werden. Vgl. WALLIS, K.F., a.a.O., S. 627 ff.

zusammengestellt. Nach den entsprechenden Ausführungen in den Abschnitten 4.3.2 und 4.3.3 lautet bei $\alpha=0,05$ der kritische Wert für den CUSUM-Test 0,948 und für den CUSUM-of-SQUARES Test 0,2446. Für jeden Ansatz führt also wenigstens ein Test zu einem signifikanten Ergebnis. Das höchste Maß an Instabilität weist die Funktion für die Verbrauchsgüterindustrie auf. Sie stellt den einzigen Fall dar, in dem der CUSUM-Test (CUS-R) signifikant ist. Am wenigsten instabil sind offensichtlich die Funktionen für INV und NAG. Hier übersteigt nur der Wert für CUS2-R den kritischen Wert.

Test Sektor	CUS-V	CUS-R	CUS2-V	CUS2-R	LR
VI	0,611	0,704	0,296	0,352	-34,67
GRP	0,696	0,472	0,263	0,291	-26,63
INV	0,55	0,469	0,162	0,357	-24,39
VER	0,453	1,234	0,301	0,36	-39,49
NAG	0,69	0,669	0,127	0,279	-17,11

Tab. 9: Numerische Werte der Stabilitäts-Testgrößen für die Grundmodelle; Stützbe-
reich 1961I bis 1974IV.

Mit Bezug auf die Ausführungen in Abschnitt 4.6 sollen die Verfahren nicht in erster Linie als exakte Signifikanztests betrachtet werden, sondern vielmehr als Hinweise zur Beurteilung (und evtl. Verbesserung) der Spezifikation. Zu diesem Zweck werden wiederum die graphischen Verläufe der Testgrößen betrachtet.

Abbildung 12 enthält die Graphen für das Grundmodell (VI) bei Verwendung der Beobachtungswerte von

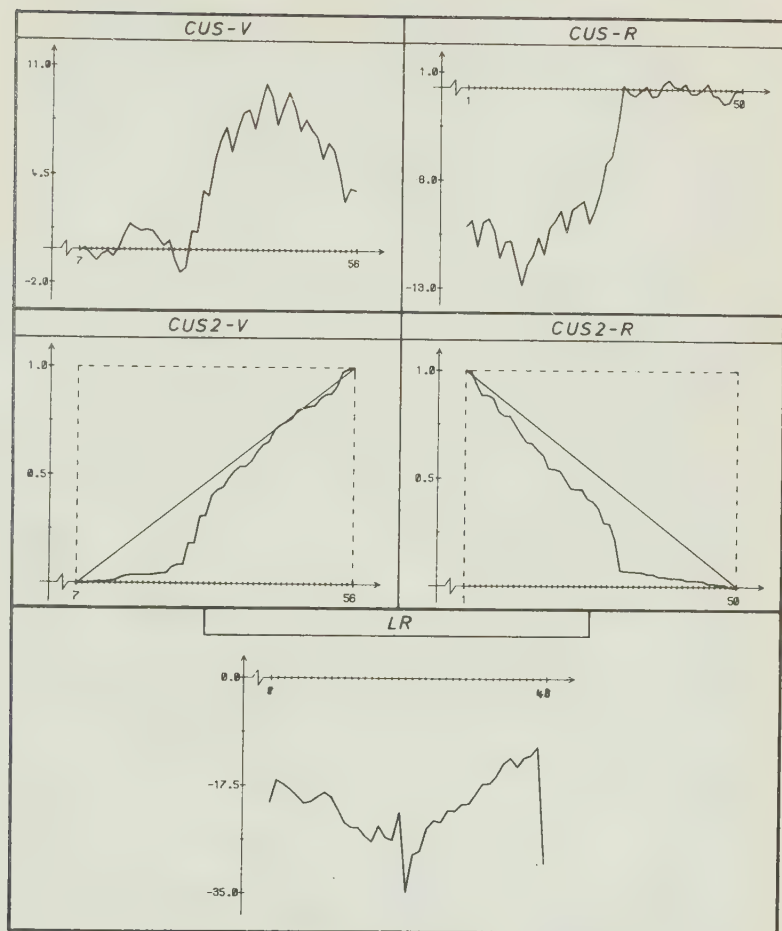


Abb. 12: Graphische Verläufe ausgewählter Testgrößen für
das Grundmodell (VI); Stützbereich 1961I-1974IV
(56 Werte).

1961I bis 1974IV. Alle fünf Schaubilder zeigen deutlich an, daß dieser Stützbereich nicht homogen ist. CUS-V verläuft zunächst horizontal und zeigt dann eine deutliche Änderung der Struktur an. Das gleiche gilt für CUS-R bei Betrachtung des Schaubildes von rechts nach links. Die Graphen von CUS2-V und CUS2-R streben zunächst deutlich von der Linie der Nullhypothese weg und kehren erst allmählich zu ihr zurück.

Besonders deutlich wird die Strukturänderung auch durch LR angezeigt. Etwa in der Mitte des Stützbereichs weist $\log_{10}\lambda$ ein eindeutiges Minimum auf. Insbesondere der Verlauf von $\log_{10}\lambda$ deutet darauf hin, daß der Stützbereich in zwei klar voneinander zu unterscheidende Teile zerfällt¹. Zur Durchführung von Prognosen erscheint es sinnvoll, nur die Beobachtungswerte des zweiten Teilbereichs zur Schätzung zu verwenden.

Da das Minimum von $\log_{10}\lambda$ etwa beim 28. Beobachtungswert liegt, wurde eine neue Schätzung durchgeführt, bei der die ersten 28 Werte nicht berücksichtigt wurden. Der neue Stützbereich erstreckt sich damit von 1968I bis 1974IV. Man erhält folgendes Ergebnis²:

$$\begin{aligned} \ln E_t = & 1,5341 + 0,19521 \ln y_t + 0,76811 \ln E_{t-1} \quad (5.4) \\ & \quad (11,89) \quad \quad (32,08) \\ & - 0,0026t - 0,0112D_2 + 0,0192D_3 - 0,0069D_4 \\ & \quad (16,48) \quad (5,77) \quad (14,36) \quad (3,99) \end{aligned}$$

1 U. a. zeigen die Verläufe von CUS-V und CUS-R an, daß die saisonalen Einflüsse in den beiden Teilbereichen unterschiedlich sind. Dadurch sind wohl auch die hohen Werte für DW4 in Tabelle 7 zu erklären. Diese Frage soll hier aber nicht weiter verfolgt werden.

2 Unter den Koeffizienten sind wieder die absoluten t-Werte angegeben.

Die Gütemaße lauten:

$$R^2=0,996 \quad ; \quad s=0,002 \quad ; \quad DW4=1,565$$

Für die Stabilitäts-Testgrößen erhält man folgende Werte:

CUS-V	:	0,552
CUS-R	:	0,355
CUS2-V	:	0,238
CUS2-R	:	0,073

Ein Vergleich mit Tabelle 9 zeigt, daß alle Werte niedriger sind als die über den gesamten Stützreich ermittelten. Keine der vier Größen zeigt eine signifikante ($\alpha=0,05$) Abweichung von der Nullhypothese an. Der Wert von DW4 läßt zwar keine Annahme der Nullhypothese zu, er läßt aber auch nicht mehr auf signifikante Autokorrelation 4. Ordnung schließen, sondern liegt an der oberen Grenze des Unsicherheitsbereichs.

In Abbildung 13 sind die graphischen Verläufe der Testgrößen für die Schätzung über den zweiten Teilbereich dargestellt. CUS-R und CUS2-R deuten auf keine systematische Abweichung mehr hin. Beide Graphen schwanken mehr oder weniger zufällig um die Linie der Nullhypothese.

CUS-V und CUS2-V dagegen lassen vermuten, daß der Ansatz noch weiter zu verbessern wäre. Zwischen dem ersten und dem zweiten Drittel des Stützbereichs treten offenbar noch systematische Einflüsse auf, die in dem Regressionsansatz nicht ausreichend erfaßt sind. Im Vergleich mit Abbildung 12 erscheinen diese

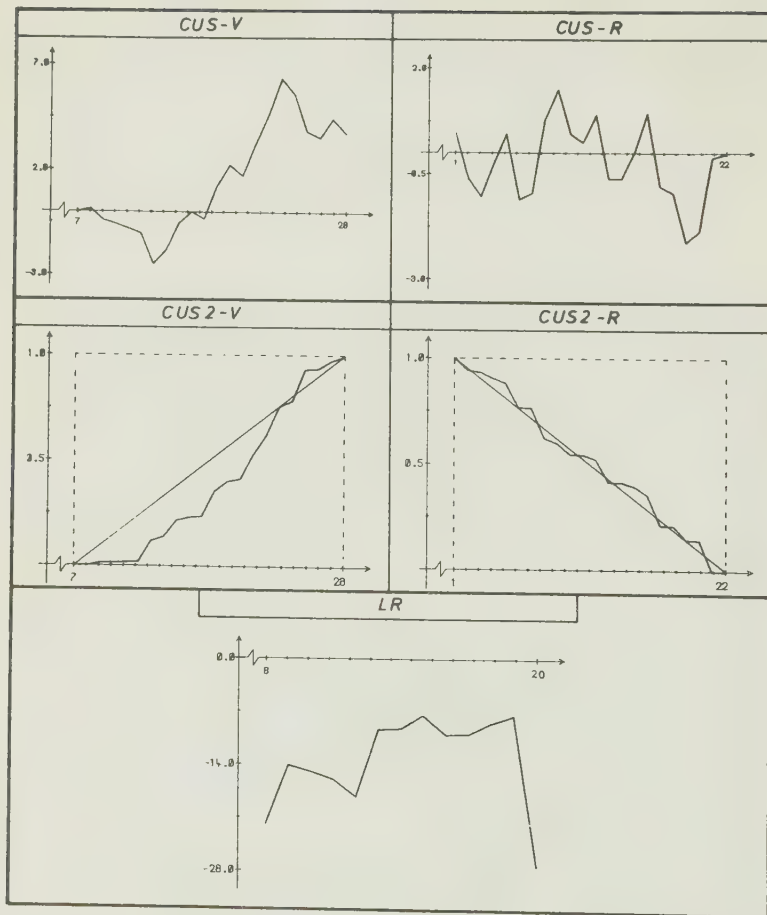


Abb. 13: Graphische Verläufe ausgewählter Testgrößen für
den modifizierten Ansatz (VI); Stützbereich
1968I-1974IV (28 Werte).

Einflüsse aber nicht als sehr gravierend (man vergleiche etwa die Dimensionen bei CUS-V), so daß von einer weiteren Modifizierung des Ansatzes - auch unter der eingangs genannten Zielsetzung - abgesehen wird.

Abschließend soll betrachtet werden, wie sich die Verkürzung des Stützbereichs und die dadurch erhöhte Stabilität der Schätzung auf die Prognosegüte auswirkt. In Tabelle 10 sind die tatsächlich realisierten sowie die mit den beiden Ansätzen prognostizierten Beschäftigtenzahlen für die vier Quartale von 1975 gegenübergestellt. Als Kriterium wird - wie schon erwähnt - die Wurzel aus dem mittleren quadratischen Prognosefehler gewählt. Die Werte sind in der letzten Zeile von Tabelle 10 enthalten. Man sieht, daß durch die Modifizierung des Stützbereichs die Prognose, gemessen am RMSE, besser geworden ist.

Periode	Realisation	Grundmodell 1961I-1974IV	Modifizierter Ansatz
1975 I	7515170	7520431	7527101
II	7387286	7357921	7328748
III	7315673	7233981	7269653
IV	7229519	7227719	7235050
	RMSE	43493,69	37807,01

Tab. 10: Prognose-Ist Vergleich und RMSE für die Schätzungen für VI.

In gleicher Weise kann die Untersuchung für die vier Hauptgruppen durchgeführt werden. Abbildung 14 enthält die graphischen Verläufe der Testgrößen für das Grundmodell (GRP-Industrie) über den Bereich 1961I bis 1974 IV. Die Schaubilder weisen ebenso deutlich

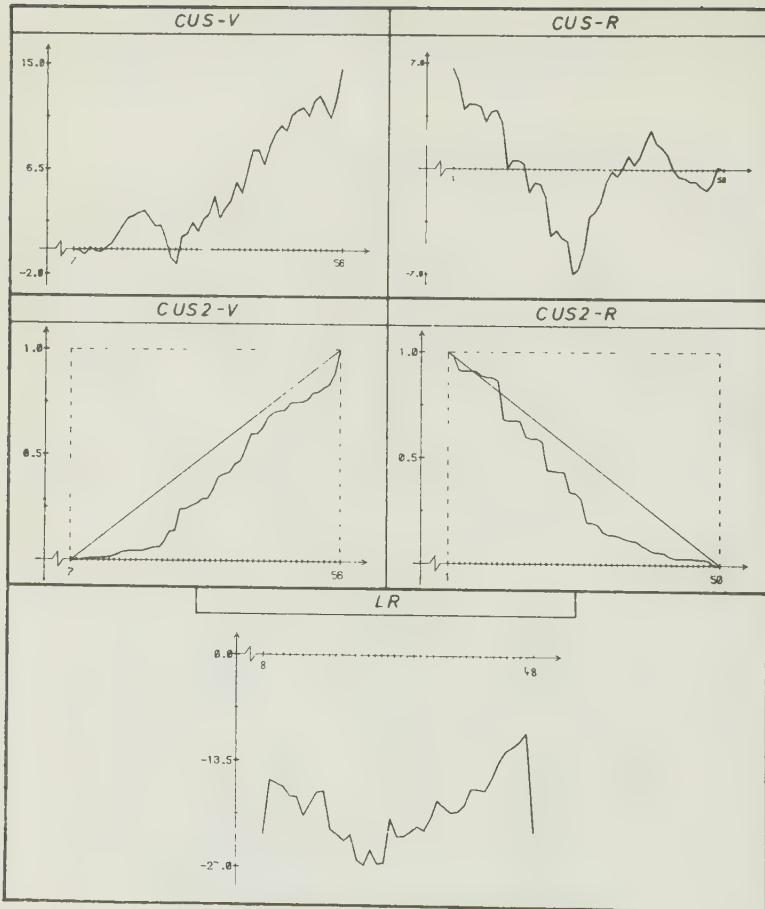


Abb. 14: Graphische Verläufe ausgewählter Testgrößen für
das Grundmodell (GRP); Stützbereich 1961I-1974IV
(56 Werte).

wie für die VI auf Änderungen der Struktur hin. Aus den Verläufen von LR und insbesondere CUS-R ist aber ersichtlich, daß in diesem Fall nicht nur eine einmalige, abrupte Veränderung vorliegt, sondern Abweichungen in wechselnden Richtungen, die eher zyklischen Charakter haben.

Es soll deshalb anstelle der Outputgröße eine Variable in den Ansatz aufgenommen werden, die möglicherweise geeignet ist, diese zyklischen Veränderungen zu erfassen. Dazu wird davon ausgegangen, daß die Nachfrage nach Beschäftigten zu einem nicht geringen Teil durch die Geschäftserwartungen der Unternehmer beeinflusst wird. Eine solche Antizipationsvariable stellt die im Ifo-Konjunkturtest erhobene Größe "Geschäftsklima in der Industrie"¹ (GKI) dar. Ohne weitere Diskussion² wird GKI anstelle von Y als erklärende Variable in den Regressionsansatz eingeführt³.

Auch bei Verwendung von GKI zeigte sich eine deutliche Strukturänderung, die in diesem Fall nach dem 22. Beobachtungswert erfolgte. Ohne Berücksichtigung dieser

1 Diese Größe ist gebildet als Mittelwert aus Unternehmensmeldungen zur gegenwärtigen und der in den nächsten 6 Monaten erwarteten Geschäftslage.

2 Zur Verwendung antizipatorischer Größen vgl. NERB, G., a.a.O., S. 158 ff.

3 Die Zahlen werden entnommen aus: Ifo-Spiegel der Wirtschaft; Struktur und Konjunktur in Bild und Zahl, Frankfurt, New York, verschiedene Jahrgänge. Hier sind monatliche Zahlen für die verarbeitende Industrie insgesamt, die Investitionsgüter-, Gebrauchsgüter- und Verbrauchsgüterindustrie veröffentlicht. Die für die Schätzung benötigten Quartalswerte werden als arithmetisches Mittel aus den drei Monaten eines Quartals berechnet. Da für die GRP-Industrie kein eigener Ausweis erfolgt, werden hilfsweise die Zahlen für die VI verwendet.

ersten 22 Werte ergibt sich als Schätzfunktion

$$\ln E_t = -0,0043 + \underset{(10,5)}{0,0855 \ln GKI}_t + \underset{(31,21)}{0,9675 \ln E}_{t-1} \quad (5.5) \\ + \underset{(3,81)}{0,0003 t} + \underset{(8,65)}{0,0198 D}_2 + \underset{(9,29)}{0,0203 D}_3 + \underset{(3,52)}{0,0077 D}_4$$

mit den Gütemaßen

$$R^2 = 0,978 \quad , \quad s = 0,004 \quad , \quad DW4 = 1,695 \quad .$$

Für die Stabilitäts-Testgrößen erhält man:

$$\begin{aligned} \text{CUS-V} & : 0,585 \\ \text{CUS-R} & : 0,313 \\ \text{CUS2-V} & : 0,117 \\ \text{CUS2-R} & : 0,236 \end{aligned}$$

Ein Vergleich mit Tabelle 9 zeigt, daß sich alle vier Größen erheblich verringert haben. Kein Wert läßt auf eine signifikante Strukturänderung schließen. Auch der Wert von DW4 liegt im Annahmebereich der Nullhypothese.

Abbildung 15 enthält wiederum die graphischen Verläufe der Testgrößen. Auch hier wären bei gründlicher theoretischer Ausgestaltung der Untersuchung wohl noch Verbesserungen möglich. Angesichts der Einfachheit des verwendeten Ansatzes sind die Ergebnisse aber befriedigend. Die ex-post Prognose in Tabelle 11 zeigt, daß auch in diesem Fall eine erhebliche Verringerung des RMSE erreicht wird.

Periode	Realisation	Grundmodell 1961I-1974IV	Modifizierter Ansatz
1975 I	1648182	1631638	1660412
II	1632880	1607941	1645096
III	1617298	1578217	1637871
IV	1594616	1566487	1613268
	RMSE	28347,06	16355,04

Tab. 11: Prognose-Ist Vergleich und RMSE für die Schätzungen für GRP.

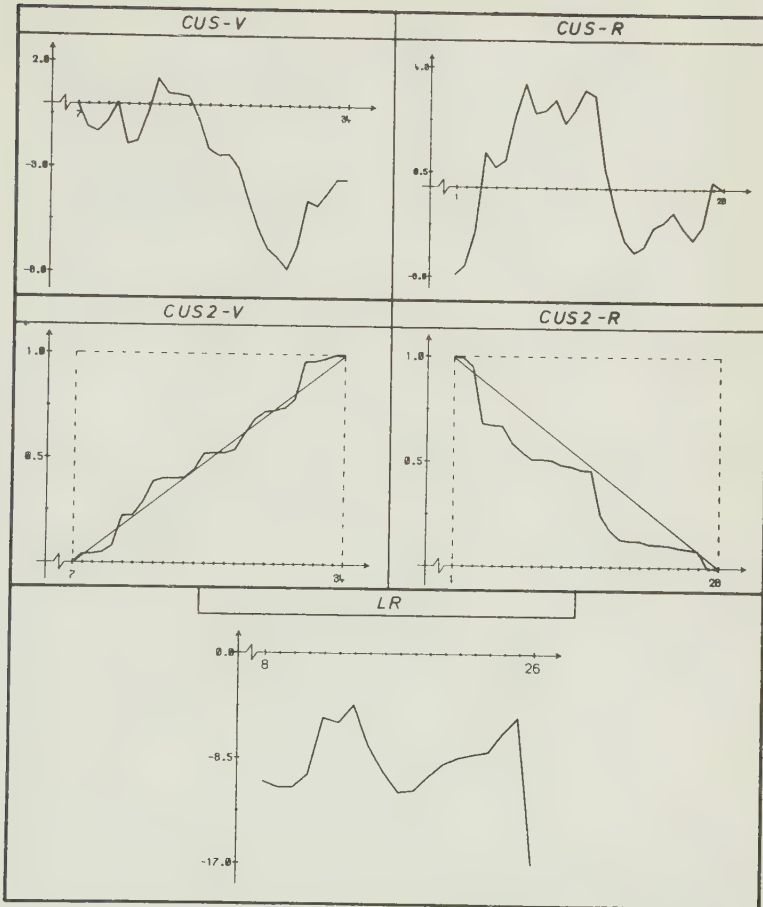


Abb. 15: Graphische Verläufe ausgewählter Testgrößen für
den modifizierten Ansatz (GRP); Stützbereich
1966III-1974IV (34 Werte).

In Abbildung 16 sind die graphischen Verläufe für die Testgrößen aus der Schätzung des Grundmodells für die Investitionsgüterindustrie wiedergegeben. Alle fünf Schaubilder deuten auf mehrfache strukturelle Änderungen hin. Ebenso wie bei GRP kann dies als Anzeichen für nicht ausreichend erfaßte zyklische Veränderungen angesehen werden. Es wird deshalb wiederum die Outputvariable durch die Größe "Geschäftsklima in der Industrie" ersetzt. Außerdem erschien wie in den beiden schon behandelten Fällen eine Verkürzung des Stützbereichs geboten.

Als Schätzfunktion für den neuen Stützbereich 1965I bis 1974IV erhält man

$$\ln E_t = -0,5321 + 0,1255 \ln GKI_t + 0,9908 \ln E_{t-1} \quad (5.6)$$

$$\quad \quad \quad (12,63) \quad \quad \quad (41,84)$$

$$+ 0,0002t + 0,0028D_2 + 0,0074D_3 + 0,0043D_4$$

$$\quad \quad \quad (1,59) \quad \quad (1,13) \quad \quad (2,96) \quad \quad (1,71)$$

mit den Gütemaßen

$$R^2 = 0,992 \quad , \quad s = 0,006 \quad , \quad DW4 = 2,572 \quad .$$

Die Stabilitäts-Testgrößen nehmen folgende Werte an:

CUS-V	:	0,358
CUS-R	:	0,543
CUS2-V	:	0,097
CUS2-R	:	0,251

Aus dem Vergleich mit Tabelle 9 ergibt sich, daß bis auf CUS-R die Werte erheblich geringer sind als für das Grundmodell. Aus der leichten Erhöhung des Wertes für CUS-R jedoch und aus der Tatsache, daß der Wert von DW4 nahe an der Obergrenze in Richtung auf die Alternativhypothese negativer Autokorrelation liegt,

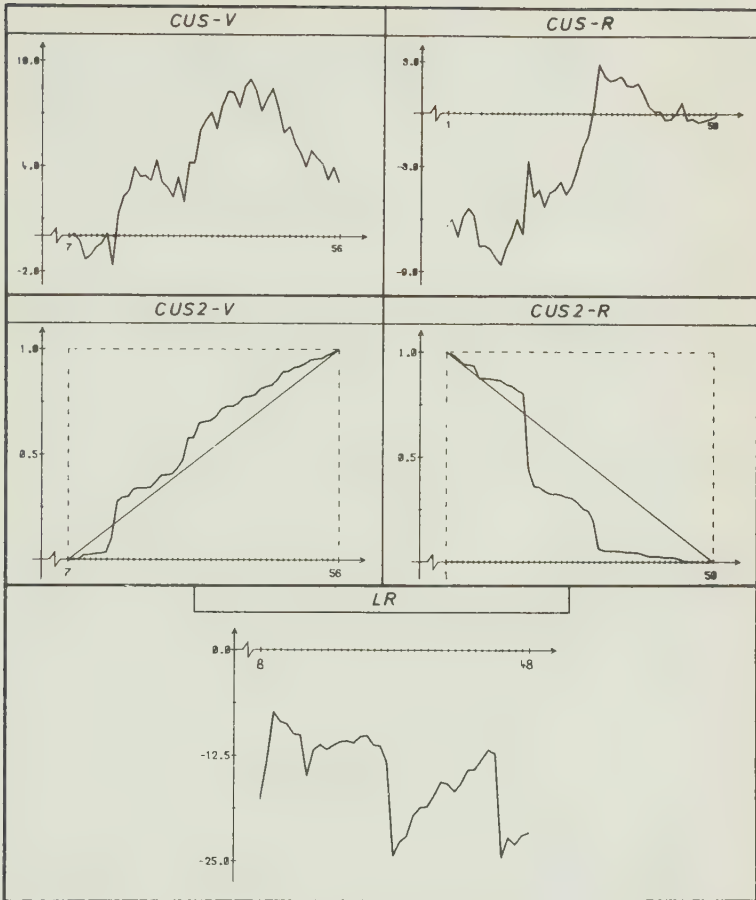


Abb. 16: Graphische Verläufe ausgewählter Testgrößen für
das Grundmodell (INV); Stützbereich 1961I-1974IV
(56 Werte).

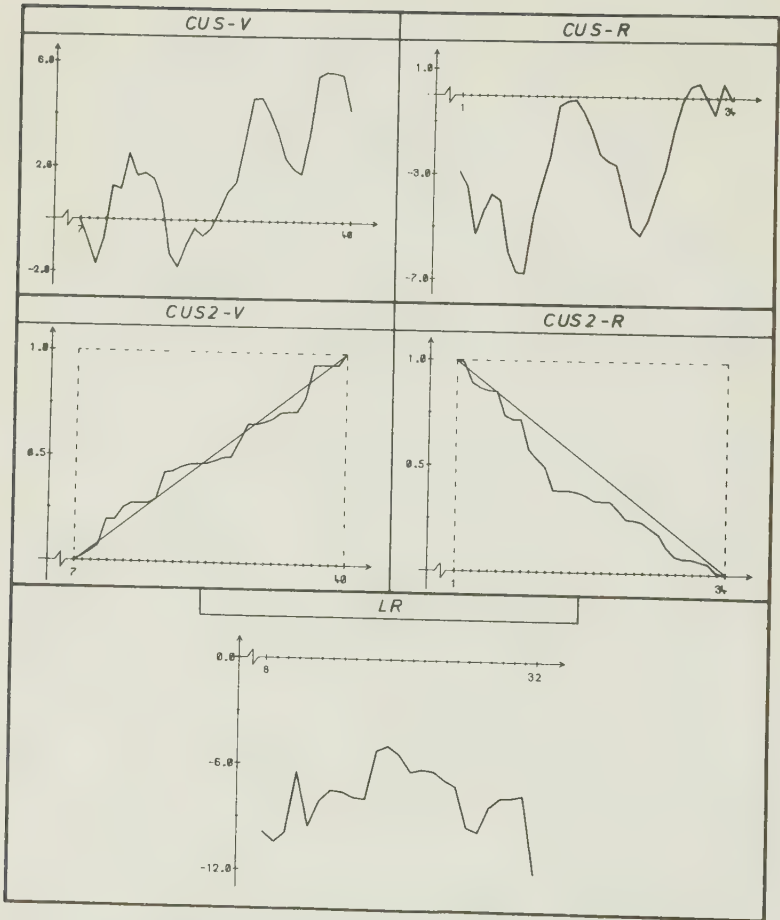


Abb. 17: Graphische Verläufe ausgewählter Testgrößen für
den modifizierten Ansatz (INV); Stützbereich
1965I-1974IV (40 Werte).

folgt, daß der Ansatz noch weiterer Verbesserungen bedarf¹. Dies unterstreicht ein Blick auf die Abbildung 17, in der die graphischen Verläufe für die Testgrößen des modifizierten Ansatzes dargestellt sind. Wenn die numerischen Werte auch in keinem Fall auf eine signifikante Abweichung von der Nullhypothese hinweisen, so lassen die Graphen - insbesondere von CUS-V und CUS-R - doch Regelmäßigkeiten erkennen, die eine mangelnde Spezifikation des Ansatzes anzeigen.

Obwohl also der Ansatz möglicherweise noch zu verbessern ist, wird - wie Tabelle 12 zeigt - eine Verringerung des RMSE erreicht.

Periode	Realisation	Grundmodell 1961I-1974IV	Modifizierter Ansatz
1975 I	3715674	3823241	3746111
II	3641664	3762853	3655478
III	3600123	3688882	3615034
IV	3562151	3698970	3584384
	RMSE	114951,11	21411,92

Tab. 12: Prognose-Ist Vergleich und RMSE für die Schätzungen für INV.

Im Zusammenhang mit Tabelle 9 ist schon darauf hingewiesen worden, daß die Schätzfunktion für die Verbrauchsgüterindustrie das höchste Maß an Instabilität aufweist. Dies wird durch die graphische Darstellung in Abbildung 18 bestätigt. Es war nicht möglich, durch so einfache Modifikationen wie in den drei bisher dargestellten Fällen eine höhere Stabi-

¹ Ein weiteres Anzeichen dafür ist die Tatsache, daß einige der Koeffizienten in (5.6) bei einem Signifikanzniveau von 5 % nicht gegen Null gesichert sind.

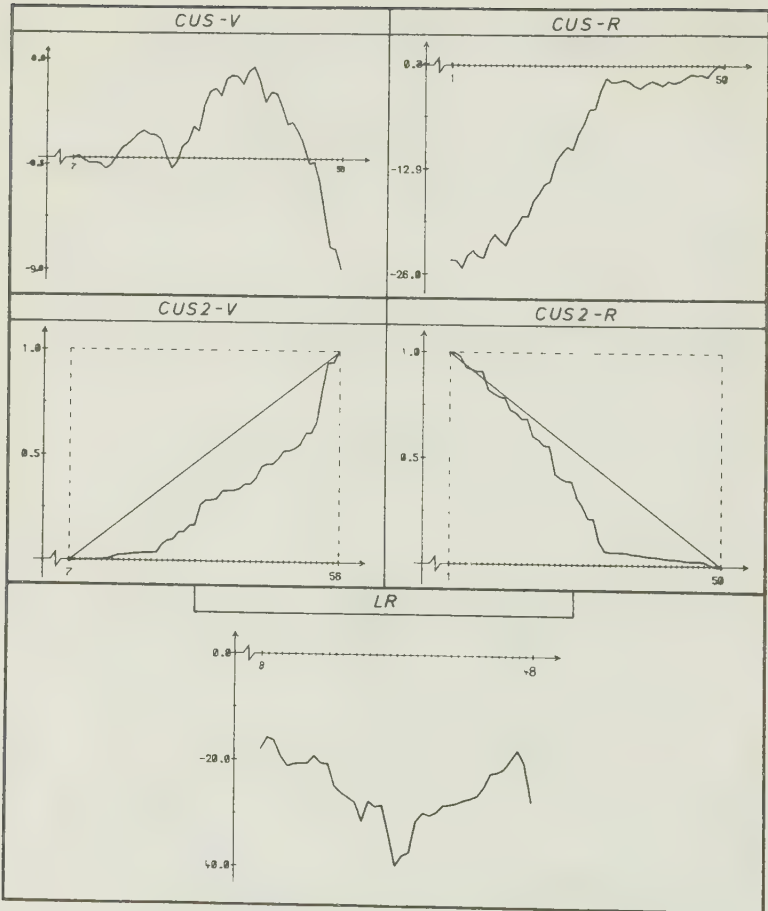


Abb. 18: Graphische Verläufe ausgewählter Testgrößen für das Grundmodell (VER); Stützbereich 1961I-1974IV (56 Werte).

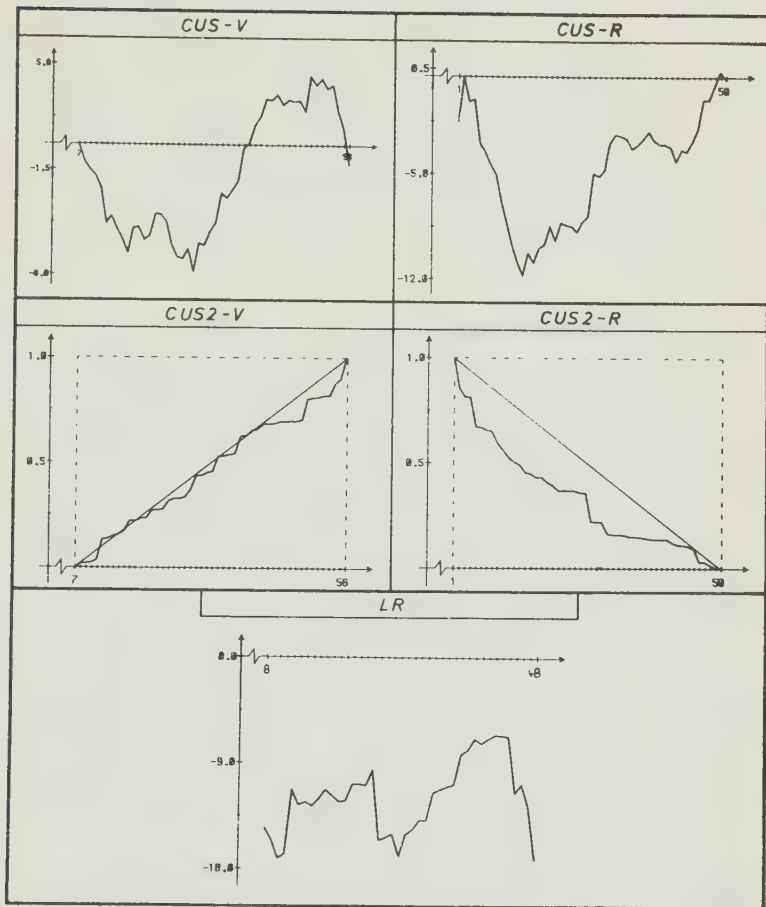


Abb. 19: Graphische Verläufe ausgewählter Testgrößen für
das Grundmodell (NAG); Stützereich 1961I-1974IV
(56 Werte).

lität und eine bessere Prognosegüte herbeizuführen. Wenn überhaupt, so wäre dies nur im Rahmen einer umfassenden theoretischen und empirischen Untersuchung möglich.

Für die Nahrungs- und Genußmittelindustrie sind ebenfalls nur die graphischen Verläufe in Abbildung 19 wiedergegeben. Die weiteren Ergebnisse ähneln denen für die GRP- und INV-Industrie, so daß auf eine Darstellung hier verzichtet wird.

5.3 Beurteilung der Ergebnisse

Es muß noch einmal daran erinnert werden, daß die Untersuchung im vorhergehenden Abschnitt nur von begrenzter Aussagekraft sein kann, weil die für eine sinnvolle Modifizierung der Ansätze notwendigen theoretischen Grundlagen nicht betrachtet wurden. Es wurden deshalb in erster Linie Variationen des Stützbereichs vorgenommen, die die Homogenität der zur Schätzung verwendeten Beobachtungswerte erhöhten und so zu einer Verringerung des RMSE führten. Die Ergebnisse sind im Grunde nicht überraschend, da allgemein angenommen werden kann, daß die dem Prognosezeitraum nächstgelegene Struktur auch noch am ehesten für die Prognose Gültigkeit besitzen. An einigen Beispielen ist jedoch deutlich geworden, daß die hier betrachteten Verfahren wertvolle Hinweise geben können für die Festlegung des zur Prognose günstigsten Stützbereichs.

Zum Vergleich sei die Untersuchung von SPITZNAGEL betrachtet. Er teilt den Schätzzeitraum für die ver-

arbeitende Industrie insgesamt und für die Hauptgruppen einheitlich nach dem 2. Quartal 1967. Man muß aber wohl davon ausgehen, daß die Entwicklung in den einzelnen Industriebereichen unterschiedlich verläuft. Solche Unterschiede bei branchenspezifischen Analysen lassen sich mit den dargestellten Verfahren erfassen. Ähnliches gilt für die Aufteilung nach Konjunkturphasen, wie sie bei SPITZNAGEL und auch in der früher erwähnten Untersuchung des Investitionsverhaltens von LÜDEKE vorgenommen worden ist.

Bei LÜDEKE stand nicht das Prognoseziel im Vordergrund der Untersuchung, sondern der Versuch einer Analyse und Erklärung des Investitionsverhaltens. Neben der Festlegung homogener Teilzeiträume wäre in diesem Zusammenhang die Frage interessant, ob sich unter Verwendung der kumulativen Verfahren Regressionsansätze finden lassen, die über den betrachteten Zeitraum stabil sind. Das im vorhergehenden Abschnitt zur Illustration verwendete Beispiel hat diese Frage nicht beantworten können. Es sind aber Ansätze dafür erkennbar gewesen, daß die Verfahren Hinweise zur Auswahl von Einflußfaktoren und auch zur Festlegung der Funktionalform geben können, die dazu führen, daß zeitlich stabile Strukturschätzungen gefunden werden können. Das Kriterium der Stabilität tritt damit neben das des besten "fit". Ein Verfahren zur Erreichung eines hohen Erklärungswertes ist z. B. die schrittweise Regression. Während aber die Beurteilung des Zusammenhangs zwischen Variablen anhand von Kollektivmaßen wie einfachen, multiplen und partiellen Korrelationskoeffizienten kaum Schlüsse über die Homogenität des Datenmaterials zuläßt, können unter

Verwendung der Stabilitäts-Testverfahren bei gleich-
zeitiger Variation von erklärenden Variablen und
Stützbereich möglicherweise Zusammenhänge festgestellt
werden, die einer Beurteilung und Interpretation
leichter zugänglich sind. Wenn die hiermit angesprochenen
kumulativen Verfahren auch durch die graphischen Dar-
stellungsmöglichkeiten einen hohen Grad an Anschau-
lichkeit besitzen, so können auch sie natürlich nur in
Verbindung mit einer gründlichen Analyse der theo-
retischen Zusammenhänge zu sinnvollen Ergebnissen führen.

6 Schlußbemerkungen

Der Ablauf ökonomischer Untersuchungen gliedert sich im wesentlichen in drei Phasen: die Spezifikation, die Schätzung und die Überprüfung der Schätzung, die dann möglicherweise zu einer Revision der Spezifizierung und zu erneuter Schätzung führt. Die in dieser Arbeit behandelten Probleme beziehen sich auf die erste und dritte Phase. Damit soll der Auffassung Ausdruck gegeben werden, daß im gegenwärtigen Stadium der Disziplin Ökonometrie eine Diskrepanz erkennbar ist zwischen dem Entwicklungsstand des Instrumentariums, das für die zweite Phase (der Schätzung) zur Verfügung steht und der Beschäftigung mit Fragestellungen, die in der ersten und dritten Phase angesiedelt sind. Die sehr stark mathematisch ausgerichtete Entwicklung neuer, teilweise sehr komplexer Schätzverfahren für eine Vielzahl von Einzelfragen scheint oft als der leichtere Weg zur Lösung von Problemen angesehen worden zu sein, deren Ursachen eigentlich im Bereich der Spezifikation und zu einem nicht geringen Teil auch in der Qualität des Datenmaterials zu suchen sind. Durch die zum Teil aufwendigen Schätzverfahren wird eine Genauigkeit der Analyse und der Ergebnisse vorgetäuscht, die oftmals aufgrund unvollkommener Spezifizierung und "data deficiencies" nicht gegeben ist.

Eines der oben angesprochenen Probleme, die häufig unberücksichtigt bleiben, wenn das Augenmerk hauptsächlich auf die Schätzverfahren gerichtet ist, ist die in dieser Arbeit behandelte Frage der zeitlichen Stabilität der Regressionskoeffizienten. Das klassische Regressionsmodell enthält die Stabilitätsannahme als

a priori Bedingung, wenn sie auch nur selten explizit erwähnt wird. Abweichungen von der Stabilitätsbedingung werden als Sonderfälle in Form von Strukturbruchuntersuchungen behandelt.

In der neueren Literatur finden sich Ansätze dafür, die Instabilität bei Regressionsschätzungen eher als Regel- denn als Sonderfall anzusehen. Die hierzu entwickelten Schätzverfahren (Random Coefficient Regression, Time-Varying Parameter Regression) erfordern aber ihrerseits sehr restriktive Annahmen und sind zum Teil so komplex, daß sie wohl als Indiz für die oben geäußerte Ansicht der Überbetonung des mehr technisch-mathematischen Bereichs der ökonometrischen Arbeit gewertet werden können.

Ob nun Zeitstabilität im Bereich ökonomischer Beziehungen den Regelfall oder eine Ausnahme darstellt, ist aufgrund der begrenzten Beobachtungsmöglichkeiten nur schwer zu entscheiden. Die Gültigkeit der Stabilitätsannahme kann nur ex post anhand von aus Stichproben gewonnenen Schätzergebnissen mit Hilfe geeigneter Verfahren überprüft werden. Führt diese Überprüfung zur Ablehnung der Stabilitätshypothesen, so ist nach den Ursachen für die fehlende Zeitvarianz zu fragen.

Mit der Frage nach den Ursachen beschäftigte sich das dritte Kapitel der Arbeit. Im wesentlichen wurden zwei Ursachenkomplexe unterschieden. Zum einen ist es möglich, daß im Bereich ökonomischer Beziehungen generell keine über längere Zeiträume invarianten Abhängigkeiten bestehen. Zum anderen ist es denkbar, daß eine

Fehlspezifizierung des der Schätzung zugrundeliegenden Modells zu Instabilität der Schätzwerte führt, auch wenn die (nicht beobachtbare) "wahre" Beziehung zeitinvariant ist. Der zweite Aspekt ist der für die praktische ökonometrische Arbeit wichtigere; er wurde deshalb ausführlich untersucht. Durch eine Weiterentwicklung (Dynamisierung) der traditionellen Spezifikationsfehleranalyse konnte gezeigt werden, daß bestimmte Formen der Fehlspezifikation zu zeitlicher Instabilität der Schätzwerte führen können.

Im vierten Kapitel wurde eine Reihe von Verfahren diskutiert, die eine empirische ex-post-Überprüfung der Stabilitätsannahme ermöglichen. Dabei wurden zwei Gruppen von Verfahren unterschieden, die nach der Art des Vorgehens als "divisiv" und "kumulativ" bezeichnet wurden. An die theoretische Diskussion der Verfahren schloß sich eine umfangreiche Monte-Carlo Untersuchung an, mit deren Hilfe Kriterien für die Bewertung der einzelnen Verfahren und für den Vergleich der Verfahren untereinander gewonnen werden konnten. Der Vergleich ergab, daß die Verfahren in unterschiedlichem Maße zur Überprüfung der Invarianzhypothese geeignet sind, daß es aber mit einer geeigneten Kombination der Verfahren durchaus gelingen kann, Änderungen der Parameterwerte im Zeitablauf aufzuzeigen.

Im fünften Kapitel wurde anhand eines bewußt einfach gehaltenen empirischen Beispiels aufgezeigt, daß sich die vorher diskutierten Verfahren bei praktischen Problemstellungen durchaus sinnvoll anwenden lassen. Wählt man beispielsweise Regressionsansätze, die zur

Prognose verwendet werden sollen, unter dem Gesichtspunkt der Zeitstabilität aus, so lassen sich teilweise erhebliche Verbesserungen der Prognosegüte erzielen.

Insbesondere aus diesem letzten Ergebnis wird der Vorschlag abgeleitet, die zeitliche Stabilität der Schätzwerte neben den üblicherweise verwendeten Kollektivmaßen (Bestimmtheitsmaß etc.) als zusätzliches Kriterium zur Beurteilung von Regressionsansätzen heranziehen. In einem Rückkopplungsprozeß zwischen Test auf Stabilität und Revision der Spezifizierung würden sich so möglicherweise Fehlspezifikationen vermeiden oder in ihrem Ausmaß reduzieren lassen. Rechnet man in einem umfassenden Sinn auch die Auswahl bzw. Abgrenzung des Schätzzeitraums zur Spezifikation, so läßt sich die in der Praxis oft willkürliche oder vom Vorhandensein des Datenmaterials abhängig gemachte Festlegung des Stützbereichs auf dem oben angedeuteten Weg in der Weise verbessern, daß man zu zeitlich homogenen Basiszeiträumen gelangt.

Anhang A: Rekursionsformeln und Eigenschaften der Testgrößen

1. Rekursionsformel¹ für die Inverse $(x'x)^{-1}$

Es sei

x_T die $(T \times K)$ -Matrix der Beobachtungswerte der unabhängigen Variablen für T Perioden,

x_τ die $(\tau \times K)$ -Matrix der Beobachtungswerte der unabhängigen Variablen für τ folgende Perioden und

$x_{T+\tau}$ die $[(T+\tau) \times K]$ -Matrix der unabhängigen Variablen für alle $T+\tau$ Perioden.

Die drei Matrizen haben vollen Spaltenrang. Es werden folgende Größen definiert:

$$S_T = x_T' x_T$$

$$S_{T+\tau} = x_{T+\tau}' x_{T+\tau}$$

$$R_\tau = x_\tau' S_T^{-1} x_\tau'$$

$$R_{T+\tau} = x_\tau' S_{T+\tau}^{-1} x_\tau'$$

Es gilt dann folgende Beziehung

$$R_\tau R_{T+\tau} = x_\tau' S_T^{-1} x_\tau' x_\tau S_{T+\tau}^{-1} x_\tau'. \quad (A.1.1)$$

1 Vgl. PLACKETT, R.L.: Some Theorems in Least Squares, Biometrika, Vol. 37 (1950), S. 152 f.

Unter Verwendung von

$$X_{\tau}' X_{\tau} = S_{T+\tau} - S_T \quad (\text{A.1.2})$$

erhält man

$$R_{\tau} R_{T+\tau} = X_{\tau} S_T^{-1} (S_{T+\tau} - S_T) S_{T+\tau}^{-1} X_{\tau}' \quad (\text{A.1.3})$$

Nach Ausmultiplizieren und Zusammenfassen ergibt sich

$$R_{\tau} R_{T+\tau} = R_{\tau} - R_{T+\tau} \quad (\text{A.1.4})$$

Unter Verwendung von (A.1.4) kann man folgende Beziehung aufstellen:

$$(I_{\tau} + R_{\tau})(I_{\tau} - R_{T+\tau}) = I_{\tau} - R_{T+\tau} + R_{\tau} - R_{T+\tau} R_{\tau} \quad (\text{A.1.5})$$

$$= I_{\tau} - R_{T+\tau} + R_{\tau} - R_{\tau} + R_{T+\tau}$$

$$= I_{\tau}$$

$(I_{\tau} + R_{\tau})$ ist eine positiv definite Matrix und besitzt somit eine Inverse. Also folgt aus (A.1.5)

$$(I_{\tau} - R_{T+\tau}) = (I_{\tau} + R_{\tau})^{-1} \quad (\text{A.1.6})$$

Man kann nun unter Verwendung von (A.1.2) schreiben:

$$\begin{aligned}
 (I_{\tau} + R_{\tau})^{-1} X_{\tau} S_T^{-1} &= (I_{\tau} - R_{T+\tau}) X_{\tau} S_T^{-1} & (A.1.7) \\
 &= X_{\tau} S_T^{-1} - X_{\tau} S_{T+\tau}^{-1} X'_{\tau} X_{\tau} S_T^{-1} \\
 &= X_{\tau} S_T^{-1} - X_{\tau} S_{T+\tau}^{-1} (S_{T+\tau} - S_T) S_T^{-1} \\
 &= X_{\tau} S_{T+\tau}^{-1}.
 \end{aligned}$$

Durch Multiplikation von links mit $S_T^{-1} X'_{\tau}$ erhält man

$$\begin{aligned}
 S_T^{-1} X'_{\tau} (I_{\tau} + R_{\tau})^{-1} X_{\tau} S_T^{-1} &= S_T^{-1} X'_{\tau} X_{\tau} S_{T+\tau}^{-1} & (A.1.8) \\
 &= S_T^{-1} (S_{T+\tau} - S_T) S_{T+\tau}^{-1} \\
 &= S_T^{-1} S_{T+\tau} S_{T+\tau}^{-1} - S_T^{-1} S_T S_{T+\tau}^{-1} \\
 &= S_T^{-1} - S_{T+\tau}^{-1}.
 \end{aligned}$$

Daraus ergibt sich die Rekursionsformel

$$S_{T+\tau}^{-1} = S_T^{-1} - S_T^{-1} X'_{\tau} (I_{\tau} + R_{\tau})^{-1} X_{\tau} S_T^{-1}. \quad (A.1.9)$$

Nach Einsetzen der obigen Definitionen lautet die Formel

$$(X'_{T+\tau} X_{T+\tau})^{-1} = (X'_T X_T)^{-1} - (X'_T X_T)^{-1} X'_T D_{\tau}^{-1} X_{\tau} (X'_T X_T)^{-1} \quad (A.1.10)$$

mit

$$D_{\tau} = I_{\tau} + X_{\tau} (X'_T X_T)^{-1} X'_T.$$

2. Rekursionsformeln für KQ-Schätzwerte

Zusätzlich zu den Definitionen unter 1 sei

y_T der $(T \times 1)$ -Vektor der Beobachtungswerte
der abhängigen Variablen für T Perioden,

y_τ der $(\tau \times 1)$ -Vektor der Beobachtungswerte
der abhängigen Variablen für τ folgende
Perioden und

$y_{T+\tau}$ der $[(T+\tau) \times 1]$ -Vektor der abhängigen Variablen
für alle $T+\tau$ Perioden.

Der Vektor der KQ-Koeffizientenschätzwerte für T bzw.
 $T+\tau$ Perioden lautet

$$b_T = S_T^{-1} X_T' y_T \quad (A.2.1)$$

$$b_{T+\tau} = S_{T+\tau}^{-1} X_{T+\tau}' y_{T+\tau}.$$

Unter Verwendung der Rekursionsformel (A.1.10) kann
man schreiben

$$b_{T+\tau} = \left[S_T^{-1} - S_T^{-1} X_\tau' D_\tau^{-1} X_\tau S_T^{-1} \right] X_{T+\tau}' y_{T+\tau}. \quad (A.2.2)$$

Der Faktor außerhalb der eckigen Klammer kann zer-
legt werden in

$$X_{T+\tau}' y_{T+\tau} = X_T' y_T - X_\tau' y_\tau. \quad (A.2.3)$$

Nach Einsetzen in (A.2.2) und ~~Aus~~multiplizieren erhält man

$$\begin{aligned} b_{T+\tau} &= S_T^{-1} X_T' y_T + S_T^{-1} X_\tau' y_\tau \\ &- S_T^{-1} X_\tau' D_\tau^{-1} X_\tau S_T^{-1} X_T' y_T \\ &- S_T^{-1} X_\tau' D_\tau^{-1} X_\tau S_T^{-1} X_\tau' y_\tau. \end{aligned} \quad (\text{A.2.4})$$

Daraus folgt

$$b_{T+\tau} = b_T + S_T^{-1} X_\tau' D_\tau^{-1} \left[D_\tau y_\tau - X_\tau b_T - X_\tau S_T^{-1} X_\tau' y_\tau \right]. \quad (\text{A.2.5})$$

Setzt man in der eckigen Klammer für D_τ den Ausdruck aus (A.1.10) und multipliziert aus, so erhält man

$$\begin{aligned} b_{T+\tau} &= b_T + S_T^{-1} X_\tau' D_\tau^{-1} \left[y_\tau + X_\tau S_T^{-1} X_\tau' y_\tau \right. \\ &\quad \left. - X_\tau b_T - X_\tau S_T^{-1} X_\tau' y_\tau \right]. \end{aligned} \quad (\text{A.2.6})$$

Nach Zusammenfassen ergibt sich

$$b_{T+\tau} = b_T + S_T^{-1} X_\tau' D_\tau^{-1} \left[y_\tau - X_\tau b_T \right] \quad (\text{A.2.7})$$

mit

$$D_\tau = I_\tau + X_\tau S_T^{-1} X_\tau'.$$

Formel (A.2.7) erlaubt eine rekursive Berechnung der KQ-Schätzwerte der Regressionsparameter beim Anfallen neuer Beobachtungswerte. Die allgemein für τ Perioden abgeleitete Formel gilt auch für den Fall $\tau=1$.

3. Eigenschaften der rekursiven Residuen

Gegeben sei das lineare Regressionsmodell

$$y_t = x_t' \beta + u_t, \quad t=1, \dots, T. \quad (\text{A.3.1})$$

Für die Störvariablen sollen die üblichen Annahmen einschließlich der Normalverteilungsannahme gelten.

Die rekursiven Residuen sind definiert als

$$w_r = \frac{y_r - x_r' b_{r-1}}{d_r}, \quad r=K+1, \dots, T, \quad (\text{A.3.2})$$

mit

$$d_r = \left[1 + x_r' (x_{r-1}' x_{r-1})^{-1} x_r \right]^{1/2}.$$

Für den Erwartungswert von w_r gilt dann:

$$E(w_r) = \frac{E(y_r) - E(x_r' b_{r-1})}{d_r} \quad (\text{A.3.3})$$

Für die Erwartungswerte im Zähler gilt

$$E(y_r) = E(x_r' \beta + u_r) = x_r' \beta$$

und

$$E(x_r' b_{r-1}) = x_r' \beta.$$

Daraus folgt:

$$E(w_r) = 0 \quad (\text{A.3.4})$$

Für die Varianz von w_r gilt

$$\text{Var}(w_r) = \frac{\text{Var}(y_r) + \text{Var}(x_r' b_{r-1}) - 2\text{Cov}(y_r, x_r' b_{r-1})}{1 + x_r' (X_{r-1}' X_{r-1})^{-1} x_r} \quad (\text{A.3.5})$$

Für die Größen im Zähler gilt:

$$\text{Var}(y_r) = \sigma^2 \quad (\text{A.3.6})$$

$$\begin{aligned} \text{Var}(x_r' b_{r-1}) &= E \left\{ \left[x_r' b_{r-1} - E(x_r' b_{r-1}) \right]^2 \right\} \\ &= E \left[x_r' b_{r-1} - x_r' \beta \right]^2 \\ &= E \left[x_r' b_{r-1} b_{r-1}' x_r + x_r' \beta \beta' x_r - 2 x_r' b_{r-1} \beta' x_r \right] \\ &= x_r' E \left[b_{r-1} b_{r-1}' + \beta \beta' - 2 b_{r-1} \beta' \right] x_r \\ &= x_r' E \left[(b_{r-1} - \beta) (b_{r-1} - \beta)' \right] x_r \end{aligned}$$

$$\text{Var}(x_r' b_{r-1}) = \sigma^2 x_r' (X_{r-1}' X_{r-1})^{-1} x_r \quad (\text{A.3.7})$$

$$\begin{aligned} \text{Cov}(y_r, x_r' b_{r-1}) &= E \left\{ \left[y_r - E(y_r) \right] \left[x_r' b_{r-1} - E(x_r' b_{r-1}) \right] \right\} \\ &= E \left\{ \left[y_r - x_r' \beta \right] \left[x_r' b_{r-1} - x_r' \beta \right] \right\} \\ &= E \left\{ \left[x_r' \beta + u_r - x_r' \beta \right] \left[x_r' (b_{r-1} - \beta) \right] \right\} \\ &= E \left\{ \left[u_r \right] \left[x_r' (b_{r-1} - \beta) \right] \right\} \end{aligned}$$

$$\text{Cov}(y_r, x_r' b_{r-1}) = 0 \quad (\text{A.3.8})$$

Aus (A.3.6), (A.3.7) und (A.3.8) folgt für (A.3.5)

$$\text{Var}(w_r) = \frac{\sigma^2 + \sigma^2 x_r' (X_{r-1}' X_{r-1})^{-1} x_r}{1 + x_r' (X_{r-1}' X_{r-1})^{-1} x_r}$$

$$= \frac{\sigma^2 (1 + x_r' (X_{r-1}' X_{r-1})^{-1} x_r)}{1 + x_r' (X_{r-1}' X_{r-1})^{-1} x_r}$$

$$\text{Var}(w_r) = \sigma^2. \quad (\text{A.3.9})$$

Weiter kann gezeigt werden, daß bei Normalverteilung der u_t die w_r ebenfalls normalverteilt sind.

Es gilt¹

$$\bar{y}_r = X_r \beta + \bar{u}_r, \quad r=K+1, \dots, T.$$

Wegen

$$b_{r-1} = (X_{r-1}' X_{r-1})^{-1} X_{r-1}' \bar{y}_{r-1}$$

gilt außerdem

$$x_r' b_{r-1} = x_r' \left[\beta + (X_{r-1}' X_{r-1})^{-1} X_{r-1}' \bar{u}_{r-1} \right].$$

¹ Abweichend von der bisherigen Darstellung bezeichnen y und u hier auch Vektoren der Länge r . Sie werden für diese Fälle mit $\bar{}$ gekennzeichnet.

Also folgt für die rekursiven Residuen

$$\begin{aligned}
 w_r &= \frac{x_r' \beta + u_r - x_r' \left[\beta + (X_{r-1}' X_{r-1})^{-1} X_{r-1}' \tilde{u}_{r-1} \right]}{d_r} \\
 &= \frac{x_r' \beta + u_r - x_r' \beta - x_r' (X_{r-1}' X_{r-1})^{-1} X_{r-1}' \tilde{u}_{r-1}}{d_r} \\
 w_r &= \frac{u_r - x_r' (X_{r-1}' X_{r-1})^{-1} X_{r-1}' \tilde{u}_{r-1}}{d_r} . \quad (A.3.10)
 \end{aligned}$$

Die w_r ($r=K+1, \dots, T$) lassen sich also darstellen als Linearkombinationen der (annahmegemäß) normalverteilten Störvariablen u_j ($j=1, \dots, r$) und sind damit selbst normalverteilt.

Der Nachweis der Unabhängigkeit der w_r 's reduziert sich bei Normalität auf den Nachweis verschwindender Kovarianz $\text{Cov}(w_r, w_s)$. Das Ergebnis

$$\text{Cov}(w_r, w_s) = E(w_r w_s) = 0 \quad , \quad r \neq s \quad (A.3.11)$$

kann unmittelbar aus (A.3.10) abgeleitet werden.

Der Vektor der rekursiven Residuen läßt sich darstellen als Matrizenprodukt der Form

$$w = CY. \quad (A.3.12)$$

Die Matrizen C und Y haben dabei folgende Form:

$$C = \begin{bmatrix} \frac{x_{K+1}' (x_{K+1}' x_{K+1})^{-1} x_{K+1}'}{d_{K+1}} & & & & \\ \frac{x_{K+2}' (x_{K+2}' x_{K+1}' x_{K+1})^{-1} x_{K+1}'}{d_{K+2}} & & & & \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \\ \frac{x_{I-1}' (x_{I-1}' x_{I-1}' x_{I-1})^{-1} x_{I-1}'}{d_I} & & & & \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \\ \frac{x_{T-1}' (x_{T-1}' x_{T-1}' x_{T-1})^{-1} x_{T-1}'}{d_T} & & & & \end{bmatrix}$$

0

$$\begin{array}{c} \frac{1}{d_{K+2}} \text{---} \text{---} \text{---} \frac{1}{d_I} \text{---} \text{---} \text{---} \frac{1}{d_T} \end{array}$$

$$Y = \begin{bmatrix} \tilde{y}_K & & & & & & & & & \\ & \ddots & & & & & & & & \\ y_{K+1} & \cdot & \tilde{y}_{K+1} & & & & & & & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots & & & & & \\ y_{K+2} & \cdot & y_{K+2} & \cdot & & & & & & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & & & & & & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & & & & & & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & & & & & & \\ y_r & \cdot & y_r & \cdot & & \cdot & \tilde{y}_r & & & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \\ y_T & \cdot & y_T & \cdot & & \cdot & y_T & \cdot & & \tilde{y}_T \end{bmatrix}$$

Das erste Element in jeder Spalte ist ein Vektor der durch den Index angegebenen Länge. Die übrigen Elemente sind jeweils Skalare, die sich auf die Periode beziehen, die der Index angibt.

Für das erste Element des Vektors w in (A.3.12) ergibt sich zum Beispiel

$$w_{K+1} = \frac{x'_{K+1} (x'_{K+1} x_K)^{-1} x'_{K+1} \tilde{y}_K}{d_{K+1}} - \frac{y_{K+1}}{d_{K+1}}$$

$$= \frac{y_{K+1} - x'_{K+1} b_K}{d_{K+1}} .$$

Das allgemeine Element des Vektors w lautet

$$w_r = \frac{x'_r (x'_{r-1} x_{r-1})^{-1} x'_{r-1} \tilde{y}_{r-1}}{d_r} - \frac{y_r}{d_r}$$

$$= \frac{y_r - x'_r b_{r-1}}{d_r}, \quad r=K+1, \dots, T.$$

Die Matrix C hat die folgenden Eigenschaften:

$$CX = 0$$

$$CC' = I_{T-K}$$

$$C'C = I_T - X_T (X_T' X_T)^{-1} X_T'$$

Zum Nachweis der ersten Eigenschaft ist die Matrix X ähnlich wie oben die Matrix Y zu partitionieren. Dies soll nicht im einzelnen vorgeführt werden.

Die Gültigkeit der zweiten Eigenschaft sei für das allgemeine Element der Matrix C gezeigt:

$$c_r c'_r = \frac{x'_r (x'_{r-1} x_{r-1})^{-1} x'_{r-1} x_{r-1} (x'_{r-1} x_{r-1})^{-1} x_r}{d_r^2} + \frac{1}{d_r^2}$$

$$= \frac{x'_r (x'_{r-1} x_{r-1})^{-1} x_r}{d_r^2} + \frac{1}{d_r^2} = \frac{d_r^2}{d_r^2} = 1$$

In ähnlicher Form kann die Gültigkeit der dritten Eigenschaft gezeigt werden.

4. Eigenschaften der kumulierten Summe der standardisierten rekursiven Residuen

Die Größe ist definiert als¹

$$W_r = \frac{1}{s} \sum_{j=K+1}^r w_r. \quad (\text{A.4.1})$$

Wegen (A.3.4) gilt

$$E(W_r) = 0. \quad (\text{A.4.2})$$

Für die Varianz von W_r gilt dann

$$\begin{aligned} \text{Var}(W_r) &= E(W_r^2) \\ &= E \left[\frac{1}{s^2} (w_{K+1} + w_{K+2} + \dots + w_r) (w_{K+1} + w_{K+2} + \dots + w_r) \right] \\ &= E \left[\frac{1}{s^2} (w_{K+1}^2 + w_{K+2}^2 + \dots + w_r^2 + w_{K+1} w_{K+2} + \dots + w_{r-1} w_r) \right]. \end{aligned}$$

Wegen (A.3.9) und (A.3.11) folgt daraus

$$\text{Var}(W_r) = E \frac{1}{s^2} (r-K) \sigma^2,$$

$$\text{Var}(W_r) = r-K. \quad (\text{A.4.3})$$

Für die Kovarianz gilt

$$\begin{aligned} \text{Cov}(W_r, W_{r'}) &= E(W_r W_{r'}) \\ &= E \left[\frac{1}{s} (w_{K+1} + w_{K+2} + \dots + w_r) \frac{1}{s} (w_{K+1} + w_{K+2} + \dots + w_{r'}) \right] \end{aligned}$$

Für $r' < r$ erhält man

$$\text{Cov}(W_r, W_{r'}) = E \left[\frac{1}{s} (w_{K+1}^2 + w_{K+2}^2 + \dots + w_r^2 + w_{K+1} w_{K+2} + \dots + w_{r-1} w_{r'+1} + \dots + w_r w_r) \right].$$

Wegen (A.3.9) und (A.3.11) folgt daraus

$$\text{Cov}(W_r, W_{r'}) = E \left[\frac{1}{s} \{ \min(r, r') - K \} \sigma^2 \right],$$

$$\text{Cov}(W_r, W_{r'}) = \min(r, r') - K. \quad (\text{A.4.4})$$

Anhang B: Erläuterung der Monte-Carlo Untersuchung

1. Allgemeine Bemerkungen

Gesellschafts- und Wirtschaftswissenschaften sind nichtexperimentelle Wissenschaften. Für bestimmte Fragestellungen ist es aber sinnvoll, künstlich experimentelle, laborähnliche Bedingungen auch in den Wirtschaftswissenschaften herzustellen. Die Möglichkeit dazu bietet die sog. Monte-Carlo Methode. Die Verwendung dieser Methode gestattet die Betrachtung und Auswertung einer großen Anzahl von Fällen, wobei der Rahmen der Untersuchung konstant gehalten, kontrolliert wird.

Im Rahmen der Ökonometrie können Monte-Carlo Experimente u. a. in folgenden Problembereichen eingesetzt werden:

- (1) Bestimmung der Verteilung und der Eigenschaften der Verteilung von Schätzwerten und Testgrößen
- (2) Evaluierung und Vergleich von Schätz- und Testverfahren
- (3) Beurteilung der Sensitivität von Verfahren bezüglich der ihnen zugrundeliegenden Annahmen

Monte-Carlo Methoden sind induktive Verfahren. Sie lassen deshalb keine ja/nein Aussagen zu, sondern die Ergebnisse können nur in wahrscheinlichkeitstheoretischer Terminologie ausgedrückt werden.

Am Beispiel des Vergleichs von ökonometrischen Schätzverfahren soll die grundsätzliche Vorgehensweise kurz erläutert werden.

Zur Durchführung der Untersuchung wird zunächst ein Modell spezifiziert und den Parametern des Modells werden Werte zugewiesen.

Die nächsten Schritte bestehen darin, Werte für die Variablen zu erzeugen. Zunächst muß ein Satz von vorherbestimmten Variablen konstruiert werden, die, wenn die Annahmen des Modells erfüllt sein sollen, mit den Störvariablen nicht korreliert sein dürfen. Dann werden Störvariablen mit den für die Untersuchung gewünschten Verteilungsparametern bestimmt¹.

Aus den Werten der vorherbestimmten Variablen und den vorgegebenen Parametern wird der deterministische Kern des Modells gebildet. Durch Verknüpfung des deterministischen Kerns mit den Störvariablen werden dann die Werte der abhängigen Variablen ermittelt.

Nach diesem Schema wird ein Satz von Stichproben vorgegebener Größe erzeugt. Die einzigen Größen, die sich von Stichprobe zu Stichprobe verändern, sind die Störvariablen.

Zur Durchführung der eigentlichen Untersuchung wird so verfahren, als seien die konstruierten Werte der abhängigen und der unabhängigen Variablen die einzigen verfügbaren Informationen.

¹ Die Werte für die Störvariablen werden unter Verwendung sog. Zufallszahlengeneratoren erzeugt. Diese liefern keine echten Zufallszahlen, sondern Zahlen, die die statistischen Eigenschaften von Zufallszahlen besitzen. Sie werden deshalb als Pseudo-Zufallszahlen bezeichnet.

Auf jede der nach dem oben beschriebenen Verfahren erzeugten Stichproben werden dann die in den Vergleich einbezogenen Verfahren angewandt. Da die "wahren" Werte der Parameter bekannt sind, können sie mit den Stichprobenwerten verglichen und so die Eigenschaften der Verfahren für sich und im Vergleich mit anderen untersucht werden.

Über die Zahl der zu untersuchenden Stichproben sind keine genauen Angaben möglich. Sie sollte aber wenigstens 50 betragen¹.

Die Ergebnisse einer Monte-Carlo Untersuchung gelten lediglich für das jeweils spezifizierte Modell. Eine Verallgemeinerung ist nicht ohne weiteres möglich. Die Einschränkung ist dadurch bedingt, daß sich die Untersuchungen in der Regel auf wenige Punkte im Parameterraum beschränken (müssen), da die Zahl der möglichen Kombinationen praktisch unendlich groß ist.

2. Darstellung der im Rahmen der Arbeit angewandten Untersuchung

Der Untersuchung wurde ein Modell mit drei erklärenden Variablen zugrunde gelegt. Der Stichprobenumfang betrug einheitlich $T=60$. Aufgrund des erheblichen Rechenaufwandes wurde für jedes Experiment nur mit $N=50$ Stichproben gearbeitet. Die Werte der erklärenden Variablen wurden gebildet als gleichverteilte Zu-

¹ SMITH, V.K.: Monte Carlo Methods - Their Role for Econometrics, Lexington 1973, S. 12.

fallszahlen im Intervall 0,100 . Diese drei Wertereihen für die drei unabhängigen Variablen wurden für alle Stichproben und alle Experimente konstant gehalten. Die Korrelationsmatrix lautet

	x_2	x_3	x_4
x_2	1,0	- 0,023	- 0,085
x_3		1,0	0,022
x_4			1,0

Als Werte der Regressionskoeffizienten wurden vorgegeben

$$\beta_1=20,0, \beta_2=0,25, \beta_3=1,50, \beta_4=0,75.$$

Der deterministische Kern des Modells ergibt sich dann als

$$\hat{y}_t = 20,0 + 0,25x_{2t} + 1,50x_{3t} - 0,75x_{4t}, \quad t=1, \dots, 60.$$

Dieser deterministische Kern wurde für jede der $N=50$ Stichproben eines Experimentes mit unabhängig normalverteilten Zufallszahlen mit dem Erwartungswert Null¹ verknüpft zu

$$y_t = \hat{y}_t + u_t.$$

¹ Zur Erzeugung der gleichverteilten Zufallszahlen für die unabhängigen Variablen bzw. der normalverteilten Zufallszahlen für die Störvariablen wurden die IBM-Unterprogramme RANDU bzw. GAUSS verwendet.

Das Programm zur Erzeugung der Daten wurde so konstruiert, daß sich jeder der Steigungskoeffizienten bei jedem Beobachtungswert $t(t=1, \dots, 60)$ um einen beliebigen Betrag verändern ließ.

Damit konnten verschiedene experimentelle Situationen geschaffen werden, indem folgende Modellkomponenten verändert wurden:

- (1) der Standardfehler der Störvariablen (σ)
- (2) die Größe der Veränderung (δ) eines der Parameter β_2 , β_3 und β_4
- (3) der Punkt $t(t=1, \dots, 60)$, an dem eine solche Veränderung eintritt

Um die Anzahl der Experimente in einem einigermaßen überschaubaren Rahmen zu halten, wurden folgende Einschränkungen vorgenommen:

- (1) es werden nur Veränderungen des Parameters β_2 betrachtet
- (2) es werden nur einmalige Änderungen des Parameters β_2 vorgenommen

Der Zeitpunkt der Parameteränderung, der Standardfehler der Störvariablen und der Betrag der Parameteränderung boten trotzdem noch eine sehr große Zahl von Kombinationsmöglichkeiten. Deshalb wurde folgende weitere Einschränkung getroffen:

In Voruntersuchungen hatte sich herausgestellt, daß für die hier untersuchten Fragestellungen nicht die absolute Höhe der Parameteränderung sondern das Verhältnis zwischen Parameteränderung und Standardfehler der Störvariablen von Bedeutung ist. Deshalb wurden Standardfehler von 5,0, 10,0, 12,5, 15,0 und 20,0 und Parameteränderungen von 0,1 und 0,5 so kombiniert, daß das Verhältnis dieser beiden Größen (bezeichnet mit R) folgende Werte annahm:

$\frac{\delta}{\sigma}$	0,1	0,5
5,0	[0,02]	[0,1]
10,0	[0,01]	[0,05]
12,5	0,008	[0,04]
15,0	0,007	[0,03]
20,0	0,005	[0,025]

Nur die sieben in den umrandeten Feldern stehenden Werte wurden für die weitere Untersuchung berücksichtigt.

Verschiedene experimentelle Situationen ergaben sich dann dadurch, daß die Werte von R mit bestimmten Punkten des Eintretens der Parameteränderung kombiniert wurden.

L i t e r a t u r v e r z e i c h n i s

- ALBERT, Arthur
und
SITTLER, Robert W. A Method for Computing Least Squares Estimators that Keep up with the Data, Journal of SIAM Control, Ser. A, Vol. 3 (1966), S. 384-417.
- ALBERT, Hans Probleme der Theoriebildung. Entwicklung, Struktur und Anwendung sozialwissenschaftlicher Theorien. In: Derselbe (Hrsg.): Theorie und Realität, Tübingen 1964.
- ANSCOMBE, F.J.
und
TUKEY, John W. The Examination and Analysis of Residuals, Technometrics, Vol. 5 (1963), S. 141-159.
- BARTLETT, M.S. An Inverse Matrix Adjustment Arising in Discriminant Analysis, Annals of Mathematical Statistics, Vol. 22 (1951), S. 107-111.
- BEHNKEN, Donald W.
und
DRAPER, Norman R. Residuals and their Variance Patterns, Technometrics, Vol. 14 (1972), S. 101-111.
- BELSLEY, David A.
und
KUH, Edwin Time-Varying Parameter Structures: An Overview, Annals of Economic and Social Measurement, Vol. 2 (1973), S. 375-379.
- BOOT, J.C.G.
und
DE WIT, G. Investment Demand: An Empirical Contribution to the Aggregation Problem, International Economic Review, Vol. 1 (1960), S. 3-30.
- BROWN, R.L.,
DURBIN, John
und
EVANS, J.M. Techniques for Testing the Constancy of Regression Relationships over Time, JRSS, Ser. B, Vol. 37 (1975), S. 149-192 (mit Diskussion).
- CHAMBERS, John M. Regression Updating, JASA, Vol. 66 (1971), S. 744-748.
- CHAUDHURI, Maitreyi Autocorrelated Disturbances in the Light of Specification Analysis, JEC, Vol. 5 (1977), S. 301-313).
- CHOW, Gregory C. Tests of Equality Between Sets of Coefficients in Two Linear Regressions, Econometrica, Vol. 28 (1960), S. 591-605.
- Derselbe A Note on the Derivation of Theil's BLUS Residuals, Econometrica, Vol. 44 (1976), S. 609-610.
- CHRIST, Carl F. Econometric Models and Methods, New York, London, Sydney 1966.

- CLAUSS, Franz Joachim Unbestimmbarkeit in Natur- und Sozialwissenschaften. Vom Unterschied zwischen naturwissenschaftlicher und sozialwissenschaftlicher Forschungslogik, skizziert an elementaren Problemen weltwirtschaftlicher Konjunktur- u. Wachstumsforschung, Ifo-Studien, 18. Jg. (1972), S. 439-478.
- CRAGG, John G. Small-Sample Performances of Various Simultaneous-Equation Estimators in Estimating the Reduced Form, *Metroeconomica*, Vol. 19 (1967), S. 77-93.
- Derselbe Some Effects of Incorrect Specification on the Small-Sample Properties of Several Simultaneous-Equation Estimators, *International Economic Review*, Vol. 9 (1968), S. 63-86.
- DHRYMES, Phoebus J. *Econometrics. Statistical Foundations and Applications*, New York, Evanston, London 1970.
- DHRYMES, Phoebus J.,
HOWREY, E. Philip,
HYMANS, Saul H.,
KMENTA, Jan,
LEAMER, Edward E.,
QUANDT, Richard E.,
RAMSEY, James B.,
SHAPIRO, Harold T.
und
ZARNOWITZ, Victor Criteria for Evaluation of Econometric Models, *Annals of Economic and Social Measurement*, Vol. 1 (1972), S. 291-324.
- DRAPER, Norman R.
und
SMITH, H. *Applied Regression Analysis*, New York, London, Sydney 1966.
- DUFFY, William J. Parameter Variation in a Quarterly Model of the Post-War U.S. Economy, Dissertation, Pittsburgh 1969.
- DURBIN, John Tests for Serial Correlation in Regression Analysis Based on the Periodogram of Least-Squares Residuals, *Biometrika*, Vol. 56 (1969), S. 1-15.
- Derselbe Boundary-Crossing Probabilities for the Brownian Motion and Poisson Processes and the Kolmogorov-Smirnov Test, *J. Appl. Prob.*, Vol. 8 (1971), S. 431-453.

- ENKE, Harald Ein aggregiertes ökonomisches Modell für den Arbeitsmarkt der Bundesrepublik Deutschland, Tübingen 1974.
- FAIR, Ray C. A Short-Run Forecasting Model of the U.S. Economy, Toronto, London 1971.
- FARLEY, John U.
und
HINICH, Melvin J. A Test for a Shifting Slope Coefficient in a Linear Model, JASA, Vol. 65 (1970), S. 1320-1329.
- Dieselben
und
McGUIRE, Timothy W. Some Comparisons of Tests for a Shift in the Slopes of a Multivariate Linear Time Series Model, JEc, Vol. 3 (1975), S. 297-318.
- FISHER, Franklin M. Tests of Equality Between Sets of Coefficients in Two Linear Regressions: An Expository Note Econometrica, Vol. 38 (1970), S. 361-366.
- FROMM, Gary
und
SCHINK, George R. Aggregation and Econometric Models, International Economic Review, Vol. 14 (1973), S. 1-32.
- GAVER, Kenneth M.
und
GEISEL, Martin S. Discriminating among Alternative Models: Bayesian and Non-Bayesian Methods, in: ZAREMBKA, Paul (Ed.): Frontiers in Econometrics, New York, London 1974, S. 49-80
- GOLDFELD, Stephen M. An Extension of the Monetary Sector, in: DUESENBERY, James S., FROMM, Gary, KLEIN, Lawrence R., KUH, Edwin: The Brookings Model: Some Further Results, Amsterdam, London 1969, S. 319-359.
- GRUNFELD, Yehuda
und
GRILICHES, Zvi Is Aggregation Necessarily Bad? The Review of Economics and Statistics, Vol. 42 (1960), S. 1-13.
- GUPTA, Kanhya L. Aggregation in Economics. A Theoretical and Empirical Study, Rotterdam 1969.
- Derselbe Aggregation Bias in Linear Economic Models, International Economic Review, Vol. 12 (1971), S. 293-305.
- HAAVELMO, Trygve The Probability Approach in Econometrics, Econometrica, Vol. 12 (1944), Supplement, S. 1-118.
- HARVEY, Andrew C.
und
COLLIER, Patrick Testing for Functional Misspecification in Regression Analysis, JEc, Vol. 6 (1977), S. 103-119.

- HARVEY, Andrew C.
und
PHILLIPS, Gary D.A. A Comparison of the Power of Some Tests
for Heteroscedasticity in the General
Linear Model, JEC, Vol. 2 (1974),
S. 307-316.
- HEDAYAT, A.
und
ROBSON, D.S. Independent Stepwise Residuals for Testing
Homoscedasticity, JASA, Vol. 65 (1970),
S. 1573-1581
- HUJER, Reinhard Ökonometrie I - Zahlenfetischismus oder
Prognoseinstrument? Die Wirtschaftswoche,
25. Jg. (1971), Nr. 48, S. 39-43.
- JOHNSON, Richard A.
und
BAGSHAW, Michael The Effect of Serial Correlation on the
Performance of CUSUM Tests, Technometrics,
Vol. 16 (1974), S. 103-112.
- Dieselben The Effect of Serial Correlation on the
Performance of CUSUM Tests II, Technometrics,
Vol. 17 (1975), S. 73-80.
- JOHNSON, Norman L.
und
KOTZ, Samuel Continuous Univariate Distributions-2,
Boston 1970.
- JOHNSTON, J. Econometric Methods, 2. Aufl., Tokio 1972.
- JORGENSEN, Dale W.,
HUNTER, Jerald
und
NADIRI, Ishag M. The Predictive Performance of Econometric
Models of Quarterly Investment Behavior,
Econometrica, Vol. 38 (1970), S. 213-224.
- KÖNIG, Heinz Makroökonomische Modelle: Ansätze, Ziele,
Probleme, Schweizerische Zeitschrift für
Volkswirtschaft und Statistik, 105. Jg.
(1971), S. 546-578.
- KOERTS, J.
und
ABRAHAMSE, A.P.J. On the Power of the BLUS Procedure, JASA,
Vol. 63 (1968), S. 1227-1236.
- KMENTA, Jan Elements of Econometrics, New York, London
1971.
- KOUTSOYIANNIS, A. Theory of Econometrics. An Introductory
Exposition of Econometric Methods, London,
Basingstoke 1973.
- KRELLE, Wilhelm Erfahrungen mit einem ökonomischen
Prognosemodell für die Bundesrepublik
Deutschland, AStA, Bd. 58 (1974), S. 53-70.

- KUH, Edwin
Capital Stock Growth: A Microeconomic Approach, Amsterdam 1963.
- LARSEN, Wayne A.
und
McCLEARY, Susan J.
The Use of Partial Residual Plots in Regression Analysis, Technometrics, Vol. 14 (1972), S. 781-790.
- LÜDEKE, Dietrich
Strukturveränderungen des Investitionsverhaltens im Konjunkturverlauf, Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik, Bd. 188 (1974), S. 289-319.
- MEHRA, R.K.
Identification in Control and Econometrics: Similarities and Differences, Annals of Economic and Social Measurement, Vol. 3 (1974), S. 21-39.
- MENGES, Günter
Die ökonomische Struktur und die Frage ihrer Konstanz, in NEUMARK, Fritz (Hrsg.): Strukturwandlungen einer wachsenden Wirtschaft, Schriften des Vereins für Socialpolitik, N.F. Bd. 30, II, Berlin 1964, S. 989-1004.
- Derselbe
und
DIEHL, Helmut
Time Stability of Structural Parameters (mit Diskussion), in: HART, P.E., MILLS, G., WHITAKER, J.K. (Eds.): Econometric Analysis for National Economic Planning, London 1964, S. 299-317.
- Dieselben
Das Stabilitätsproblem in der Ökonometrie, Statistische Hefte, N.F. Bd. 6 (1965), S. 27-52.
- MENGES, Günter
und
SKALA, Heinz J.
Grundriß der Statistik, Teil 2: Daten - Ihre Gewinnung und Verarbeitung, Opladen 1973.
- MOOD, Alexander M.,
GRAYBILL, Franklin A.
und
BOES, Duane C.
Introduction to the Theory of Statistics, 3. Aufl., Tokio 1974.
- MÜNNICH, F.E.
Verallgemeinerung eines Tests von Chow, Statistische Hefte, N.F. Bd. 11 (1970), S. 153-165.
- NERB, Gernot
Konjunkturprognose mit Hilfe von Urteilen und Erwartungen der Konsumenten und der Unternehmer, Schriftenreihe des Ifo-Instituts für Wirtschaftsforschung Nr. 86, Berlin-München 1975.

- NIESSEN, Hans-Joachim Der Beitrag empirisch erhobener Antizipationsvariablen zur konjunkturellen Kurzfristprognose, Beiträge zur Verhaltensforschung, hrsg. von G. SCHMÖLDERS, Heft 17, Berlin 1974.
- OKSANEN, Ernest
und
SPENCER, Byron G. Analysis of the Intertemporal Behaviour of Parameter Estimates from a Model of the United States Economy, Weltwirtschaftliches Archiv, Bd. 108 (1972), S. 286-297.
- PARZEN, Emanuel Stochastic Processes, San Francisco, London, Amsterdam 1962.
- PHILLIPS, Gary D.A.
und
HARVEY, Andrew C. A Simple Test for Serial Correlation in Regression Analysis, JASA, Vol. 69 (1974), S. 935-939.
- PLACKETT, R.L. Some Theorems in Least Squares, Biometrika, Vol. 37 (1950), S. 149-157.
- POIRIER, Dale J. The Econometrics of Structural Change, Amsterdam, New York, Oxford 1976.
- QUANDT, Richard E. The Estimation of the Parameters of a Linear Regression System Obeying Two Separate Regimes, JASA, Vol. 53 (1958), S. 873-880.
- Derselbe Tests of the Hypothesis that a Linear Regression Systems Obeys Two Separate Regimes, JASA, Vol. 55 (1960), S. 324-330.
- RAABE, Karl-Heinz Gesamtwirtschaftliche Prognosen und Projektionen als Hilfsmittel der Wirtschaftspolitik in der Bundesrepublik Deutschland, AStA, Bd. 58 (1974), S. 1-31.
- RAU, Rainer Ökonometrische Analyse der Ausgabearten des Privaten Verbrauchs. Eine ökonometrische Analyse des Privaten Verbrauchs nach Ausgabearten für die Bundesrepublik Deutschland 1950-1967, Schriftenreihe des Rheinisch-Westfälischen Instituts für Wirtschaftsforschung, Essen, N.F. Heft 35, Berlin 1975.
- RAMSEY, James B. Tests for Specification Errors in Classical Linear Least Squares Regression Analysis, JRSS, Ser. B, Vol. 31 (1969), S. 350-371.

- RAMSEY, James B. Models, Specification Error, and Inference: A Discussion of Some Problems in Econometric Methodology, Bulletin of the Oxford University Institute of Economics and Statistics, Vol. 32 (1970), S. 301-318.
- Derselbe Classical Model Selection through Specification Error Tests, in ZAREMBKA, Paul (Hrsg.), a.a.O. (vgl. GAVER/GEISEL), S. 13-48.
- RAO, Potluri Some Notes on Misspecification in Multiple Regressions, The American Statistician, Vol. 25 (1971), S. 37-39.
- RIDDELL, Wm. Craig Recursive Estimation Algorithms for Economic Research, Annals of Economic and Social Measurement, Vol. 4 (1975), S. 397-406.
- RIEFERS, Rudolf Kurzfristige Beschäftigungsfunktionen. Ein Literaturüberblick, Mitteilungen des Instituts für Arbeitsmarkt- und Berufsforschung, Heft 9 (1969), S. 698-717.
- ROSENBERG, Barr A Survey of Stochastic Parameter Regression, Annals of Economic and Social Measurement, Vol. 2 (1973), S. 381-397.
- SAMUELSON, Paul A. The Art and Science of Macromodels over 50 Years, in: FROMM, Gary, KLEIN, Lawrence R. (Eds.): The Brookings Model: Perspective and Recent Developments, Amsterdam, Oxford 1975, S. 2-10.
- SCHIPS, Bernd und STIER, Winfried Untersuchungen über die Auswirkung einer Fehlspezifikation in einem einfachen Regressionsmodell in Abhängigkeit vom Stichprobenumfang, AStA, Bd. 54 (1970), S. 351-361.
- SCHMIDT, Peter und SICKLES, R. Some Further Notes on the Use of the Chow Test under Heteroscedasticity, Econometrica, Vol. 45 (1977), S. 1293-1298.
- SCHNEEWEISS, Hans Ökonometrie, 2., verbesserte und erweiterte Aufl., Würzburg, Wien 1974.
- Derselbe Das Aggregationsproblem, Statistische Hefte, N.F. Bd. 6 (1965), S. 1-26.
- SMITH, V. Kerry Monte Carlo Methods. Their Role in Econometrics, Toronto, London 1973.
- SPLITZNAGEL, Eugen Ansätze zur Prognose konjunktureller Schwankungen der Nachfrage nach Arbeitskräften, AStA, Bd. 60 (1976), S. 175-213.

- THEIL, Henri Specification Errors and the Estimation of Economic Relationships, Review of the International Statistical Institute, Vol. 25 (1957), S. 41-51.
- Derselbe Linear Aggregation of Economic Relations, Amsterdam 1965.
- Derselbe The Analysis of Disturbances in Regression Analysis, JASA, Vol. 60 (1965), S. 1067-1079.
- Derselbe Applied Economic Forecasting, Amsterdam 1966.
- Derselbe A Simplification of the BLUS Procedure for Analyzing Regression Disturbances, JASA, Vol. 63 (1968), S. 242-251.
- Derselbe Principles of Econometrics, New York, London, Sydney, Toronto 1971.
- TORO-VIZCORRANO, Carlos
und
WALLACE, T.D. A Test of the Mean Square Error Criterion for Restrictions in Linear Regression, JASA, Vol. 63 (1968), S. 558-572.
- TOYODA, T. Use of Chow Test under Heteroscedasticity, Econometrica, Vol. 42 (1974), S. 601-608.
- WAELEBROECK, Jean A Survey of Short-Run Model Research Outside the United States, in: FROMM, Gary, KLEIN, Lawrence R. (Eds.), a.a.O. (vgl. SAMUELSON), S. 421-473.
- WALLIS, Kenneth F. Testing for Fourth Order Autocorrelation in Quarterly Regression Equations, Econometrica, Vol. 40 (1972), S. 617-635.
- WICKENS, Michael R. A Note on the Use of Proxy Variables, Econometrica, Vol. 40 (1972), S. 759-761.
- WOLD, Herman Causality and Econometrics, Econometrica, Vol. 22 (1954).
- Derselbe Problems of Macroeconomic Forecasting in the Light of Econometrics, ASTA, Bd. 58 (1974), S. 32-39.
- WOODWARD, R.H.
und
GOLDSMITH, P.L. Cumulative Sum Techniques, Mathematical and Statistical Techniques for Industry, Monograph No. 3, Edinburgh 1964.
- VAJNA, Thomas Ökonometrische Modelle in der Bundesrepublik, Berichte des Deutschen Industrieinstituts zur Wirtschaftspolitik, Jg. 5, Köln 1971.

L e b e n s l a u f

Geburtstag	03.03.1950
Geburtsort	Essen/Ruhr
Staatsangehörigkeit	deutsch
Eltern	Heinrich Wegmann, kaufm. Angest., und Ursula Wegmann, geb. Dunckhöfner
Schulen	1956-1960 Volksschule in Essen 1960-1968 Städt. Leibniz-Gymnasium in Essen
Reifeprüfung	06.06.1968
Studium	01.10.1968-30.09.1970 Wirtschaftswissenschaften an der Ruhruniversität Bochum 01.10.1971-17.09.1974 Volkswirtschaftslehre an der Universität Münster
Diplomprüfung	17.09.1974
Promotion	25.11.1977
Berufstätigkeit	01.11.1970-30.09.1971 Studentische Hilfskraft im Rheinisch-Westfälischen Institut für Wirtschaftsforschung, Essen 01.11.1974-31.12.1977 Verwalter der Stelle eines wissen- schaftlichen Assistenten am Institut für Ökonometrie und Wirt- schaftsstatistik der Universität Münster Seit dem 01.01.1978 Wissenschaftlicher Assistent am selben Institut

